

الترم الأول

تجميع
أ/إسلام يوسف

ESLAM ACADEMY

2025

ESLAM ACADEMY



الفهرس



الوحدة الأولى

الاعداد الحقيقية

Mr. Eslam Youssif
0122 67 666 55
www.eslamacademy.com

مراجعة

الجذر التربيعى للعدد النسبى الموجب ﻫ هو العدد الذى مربعه يساوى ﻫ

ملحوظة

- الرمز $\sqrt{ﻫ^{2}} = ﻫ$ يعنى الجذر التربيعى الموجب للعدد النسبى الموجب ﻫ
- الرمز $-\sqrt{ﻫ^{2}} = -ﻫ$ يعنى الجذر التربيعى السالب للعدد النسبى الموجب ﻫ
- $\sqrt{\text{صفر}} = $ صفر * $\sqrt{\text{عدد سالب}}$ (ليس له معنى)
- الجذر التربيعى للعدد النسبى ٢٥ = ± ٥
- الجذرين التربيعين للعدد النسبى ٤٩ = ± ٧
- إذا كان ﻫ عدد نسبى مربع كامل فان الجذرين التربيعيين للعدد ﻫ كلا منهما عددا نسبيا وكلا منهما معكوس جمعى للجذر الاخر
- مجموعة حل المعادلة $س^{2} = ﻫ^{2}$ هى { ﻫ ، - ﻫ }
- مجموعة حل المعادلة $س^{2} + ٤ = ٠$ يساوى ϕ (لانه لا يوجد جذر تربيعى للعدد -٤)
- $\sqrt{ﻫ^{2}} = ﻫ$ ، $\sqrt{ﻫ^{٤}} = ﻫ^{2}$ ، $\sqrt{ﻫ^{٦}} = ﻫ^{٣}$ ، $\sqrt{ﻫ^{٨}} = ﻫ^{٤}$ وهكذا ....
- $\sqrt{(-٣)^{2}} = ٣$ ، $\sqrt{(٣)^{2}} = ٣$
- $\sqrt{٩ + ١٦} = \sqrt{٢٥} = ٥$ ولا يساوى ٣ + ٤ = ٧ (فهذا خطأ)
- أذا كان س ص = ٠ فان س = ٠ أو ص = ٠

مثال: أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الاتية

١) $(س - ٢)(س + ٣) = ٠$

٢) $س^٢ - ٣ س = ٠$

٣) $س^٢ - ٩ = ٠$

٤) $س^٢ = ٢س$

٥) $س^٢ = ٢٥$

٦) $٢س^٢ - ٣ = ١٥$

٧) $س^٢ - ١ = ٠$

٨) $\frac{١}{٢} س^٢ = ٣٢$

٩) $س^٢ + ٨ = ٣٣$

١٠) $٤س^٢ = ٩$

١١) $٢س^٢ - ٢٠٠ = ٠$

١٢) $\frac{٣}{٥}س^٢ - ١ = ٥٩$

....

....

....

مثال: أكمل العبارات الاتية

١٣) الجذر التربيعي للعدد ٣٦ = ...

١٤) الجذرين التربيعيين للعدد ٨١ = ...

١٥) الجذرين التربيعيين للعدد $٢\frac{١}{٤}$ = ...

١٦) $\sqrt{(-٥)^٢}$ = ...

١٧) $\sqrt{٣٦ + ٦٤}$ = ...

١٨) $\sqrt{(٣)^٢ + (٤)^٢}$ = ...

١٩) $\sqrt{١٦} + \sqrt{٩}$ = ...

٢٠) $- \sqrt{٦٤}$ = ...

٢١) $\sqrt{\frac{٤٩}{٤}} + \sqrt{٢\frac{١}{٤}}$ = ...

٢٢) $\sqrt{٪٢٥}$ = ...

٢٣) المربع الذى طول ضلعه ٥ سم تكون مساحته = ... ومحيطه = ...

٢٤) المربع الذى مساحته ٢٢٥ $سم^٢$ يكون طول ضلعه = ... ومحيطه = ...

٢٥) $\sqrt{٠.٦٤}$ = ...

٢٦) $\sqrt{١٠,٢٤}$ = ...

٢٧) $\sqrt{أ^٦ ب^٤ جـ^٢}$ = ...

٢٨) المعكوس الجمعى للعدد $\sqrt{٢٥}$ هو ....

٢٩) $\sqrt{١٦ + ٩}$ = ٤ + ...

٣٠) إذا كان $\sqrt{س} = ٤$ فإن س = ...

٣١) إذا كان $\sqrt{س + ١} = ٣$ فإن س = ...

تمارين أكمل العبارات الاتية

١) الجذر التربيعى للعدد ١٠٠ = ...

٢) الجذرين التربيعيين للعدد ١٤٤ = ...

٣) الجذرين التربيعيين للعدد $٢\frac{٧}{٩}$ = ...

٤) $\sqrt{(٣)^٤}$ = ...

٥) $\sqrt{١٠٠ - ٣٦}$ = ...

٦) $\sqrt{(١٣)^٢ - (١٢)^٢}$ = ...

٧) $\sqrt{١٠٠} - \sqrt{١٦}$ = ...

٨) $-\sqrt{١٦٩}$ = ...

٩) $\sqrt{\frac{٩}{٢٥}} + \sqrt{\frac{١١}{٢٥}}$ ١ = ...

١٠) $\sqrt{١٠٠ - ٣٦}$ = ١٠ - ....

١١) المربع الذى مساحته ٤٠٠سم^٢ يكون طول ضلعه = ... ومحيطه = ...

١٢) مربع مساحته ٦.٢٥ سم^٢ يكون طول ضلعه = ...

١٣) إذا كان $\sqrt{س - ٢} = ٥$ فإن س = ...

١٤) إذا كان $\sqrt{س} = ٣$ فإن س = ...

١٥) إذا كان $\sqrt{س} = \frac{٢}{٣}$ فإن س = ...

١٦) إذا كان $\sqrt{س} = ١\frac{١}{٢}$ فإن س = ...

أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الاتية

١٧) س^٢ + ٩ = ٠

١٨) س^٢ - س = ٠

١٩) س^٢ + ٥ = ٠

٢٠) س^٢ + س = ٠

٢١) (س+١)(س-٣) = ٠

٢٢) ٢س^٢ = ١٨

٢٣) ٣س^٢ = ٧٥

٢٤) ٤س^٢ = ٢٥

٢٥) س^٢ +٢ = ١٨

٢٦) س^٢ - ٣ = ٣٣

٢٧) س^٢ - ٢٥ = ٠

٢٨) ٢س^٢ +١ = ٧٣

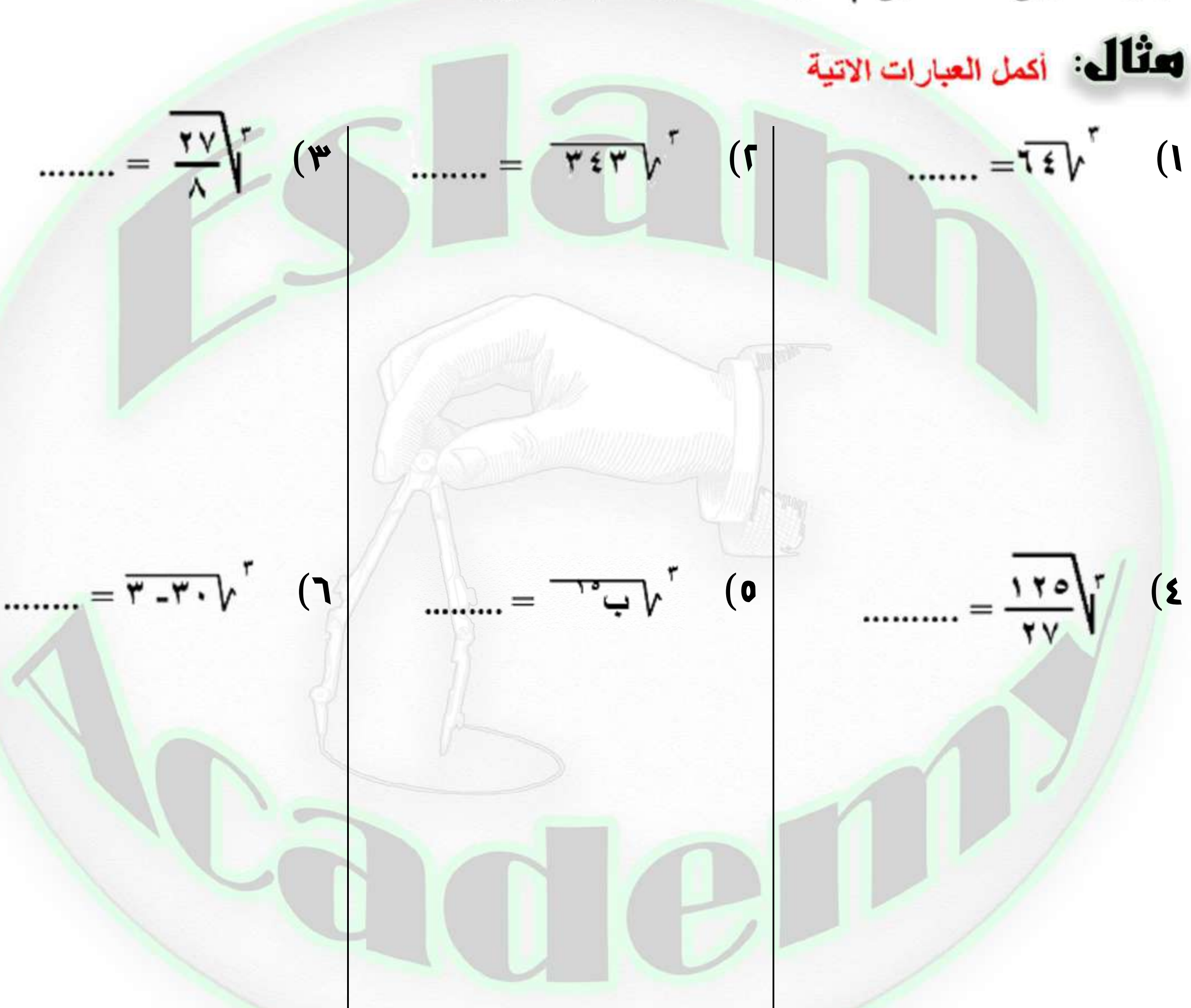
٢٩) ٣س^٢ - ١ = ٢٩٩

٣٠) ٥س^٢ + ١ = ٢١

الجذر التكعيبي للعدد النسبي

الجذر التكعيبى لعدد نسبى م هو العدد الذى مكعبه يساوى

مثال: أكمل العبارات الاتية



١) $\sqrt[٣]{٦٤}$ = ...

٢) $\sqrt[٣]{٣٤٣}$ = ...

٣) $\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٨}}$ = ...

٤) $\sqrt[٣]{\frac{١٢٥}{٢٧}}$ = ...

٥) $\sqrt[٣]{ب^{١٥}}$ = ...

٦) $\sqrt[٣]{٣٠ - ٣}$ = ...

٧) $٥ \sqrt[٣]{٢٧} =$ ....

٨) $\sqrt{١٠٠} - \sqrt[٣]{-٢٧} =$ ....

٩) $\sqrt[٣]{٢} \times \sqrt[٣]{٤} =$ ....



١٠) $\sqrt{٦٤} + \sqrt[٣]{-٨} =$ ....

١١) المعكوس الجمعي للعدد $\sqrt[٣]{-١٢٥}$ ....

مثال: أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الاتية

١٢) $س^٣ = ١٢٥$

....

....

....

١٣) $س^٣ - ١ = ٠$

....

....

....

١٤) $س^٣ + ٨ = ٠$

....

....

....

١٥) $٢س^٣ - ٥٤ = ٠$

....

....

....

١٦) $٥س^{٣} + ١ = ٤١$

١٧) $٢س^{٣} - ٣ = ٢٤٧$

١٨) $\frac{١}{٢} س^{٣} = ٣٢$

١٩) $٢٧س^{٣} = ١٢٥$

٢٠) $(س^{٢} - ٤)(س^{٣} + ١) = ٠$

٢١) $س^{٢} (س^{٣} - ١) = ٠$

٢٢) $(س^{٢} + ٩)(س^{٣} - ٨) = ٠$

٢٣) $س (س^{٢} - ١)(س^{٣} + ١٢٥) = ٠$

مثال: أحسب قيمة كلا مما يأتى

٢٤) $\sqrt{\frac{٥^{٤} \times ٣^{٢}}{٧^{٤}}}$

٢٥) $\sqrt{\frac{٣^{٦} \times ٢^{١٠}}{٥^{٨}}}$

٢٦) $\sqrt[٣]{\frac{٧^{٦}}{١١^{٣}} \times ٥^{٩}}$

تمارين

أكمل العبارات الاتية

١) $\sqrt[٣]{-١٠٠٠}$ = ...

٢) $\sqrt[٣]{-٢١٦}$ = ...

٣) $\sqrt[٣]{-\frac{٢٧}{٦٤}}$ = ...

٤) $\sqrt[٣]{٣\frac{٣}{٨}}$ = $\sqrt[٣]{........}$ = ...

٥) $\sqrt[٣]{أ^{٣} ب^{٣}}$ = ...

٦) $\sqrt[٣]{١٢٥} - \sqrt[٣]{-١٢٥}$ = ...

٧) $٣\sqrt[٣]{-١٢٥}$ = ...

٨) $٥ - \sqrt[٣]{-٨}$ = ...

٩) $\sqrt[٣]{٥} \times \sqrt[٣]{٥} \times \sqrt[٣]{٥}$ = ...

١٠) $\sqrt[٣]{(-٢٧)^{٣}}$ = ...

١١) المعكوس الضربى للعدد $\sqrt[٣]{٨}$ ....

أوجد مجموعة الحل لكلا من المعادلات الاتية

١٢) $س^{٣} - ١ = ٠$

١٣) $س^{٣} + ٨ = ٠$

١٤) $٢س^{٣} - ٢٥٠ = ٠$

١٥) $٥س^{٣} - ٤٠ = ٠$

١٦) $س^{٣} - ١ = ٢٦$

١٧) $س^{٣} + ٢ = ٦٦$

١٨) $(س^{٢} - ١)(س^{٣} + ٨) = ٠$

١٩) $(س^{٢} + ٦٤)(س^{٣} + ١) = ٠$

مجموعة الأعداد غير النسبية ن

العدد النسبى هو الذى يمكن وضعه على الصورة $\frac{أ}{ب}$ حيث أ ∈ ص ، ب ∈ ص ، ب ≠ ٠

العدد غير النسبى هو الذى لا يمكن وضعه على الصورة $\frac{أ}{ب}$ حيث أ ∈ ص ، ب ∈ ص ، ب ≠ ٠

يوجد كثير من الاعداد التى لا يمكن وضعها على الصورة $\frac{س}{ص}$ مثل

- الجذور التربيعية للاعداد التى ليست مربع كامل

$\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٥}$ ، $\sqrt{٦}$ ، $\sqrt{٧}$ ، $\sqrt{٨}$ ، $\sqrt{١٠}$ ، .... وهكذا

- الجذور التكعيبية للاعداد التى ليست مكعب كامل

$\sqrt[٣]{٢}$ ، $\sqrt[٣]{٣}$ ، $\sqrt[٣]{٤}$ ، $\sqrt[٣]{٥}$ ، $\sqrt[٣]{٦}$ ، $\sqrt[٣]{٧}$ ، $\sqrt[٣]{٩}$ ، $\sqrt[٣]{١٠}$ ، .... وهكذا

- النسبية التقريبية ط

هذه الاعداد كلها تسمى مجموعة الاعداد الغير نسبية والتى يرمز لها بالرمز ن'

ملحوظة

✓ ن ∩ ن' = ϕ ✓ كل عدد غير نسبى ينحصر بين عددين نسبيين

مثال: ضع خط تحت الأعداد الغير نسبية ودائرة حول الأعداد النسبية

١) $\sqrt{٦}$ ، $\sqrt[٣]{٨}$ ، $\frac{٢٢}{٧}$ ، $\sqrt{٧}$ ، $\sqrt{٩}$ ، $\sqrt[٣]{٢٥}$ ، $\frac{٠}{٢}$ ، $\sqrt[٣]{-٥}$ ، $\frac{٣}{٠}$ ، $\sqrt[٣]{١٠}$

مثال: **أكمل** باستخدام أحد الرمزين ∋ أو ∌.

٢) ٥ ∋ ....

٣) -٠,٧ ∋ ....

٤) $\sqrt[3]{-٩}$ ∋ ....

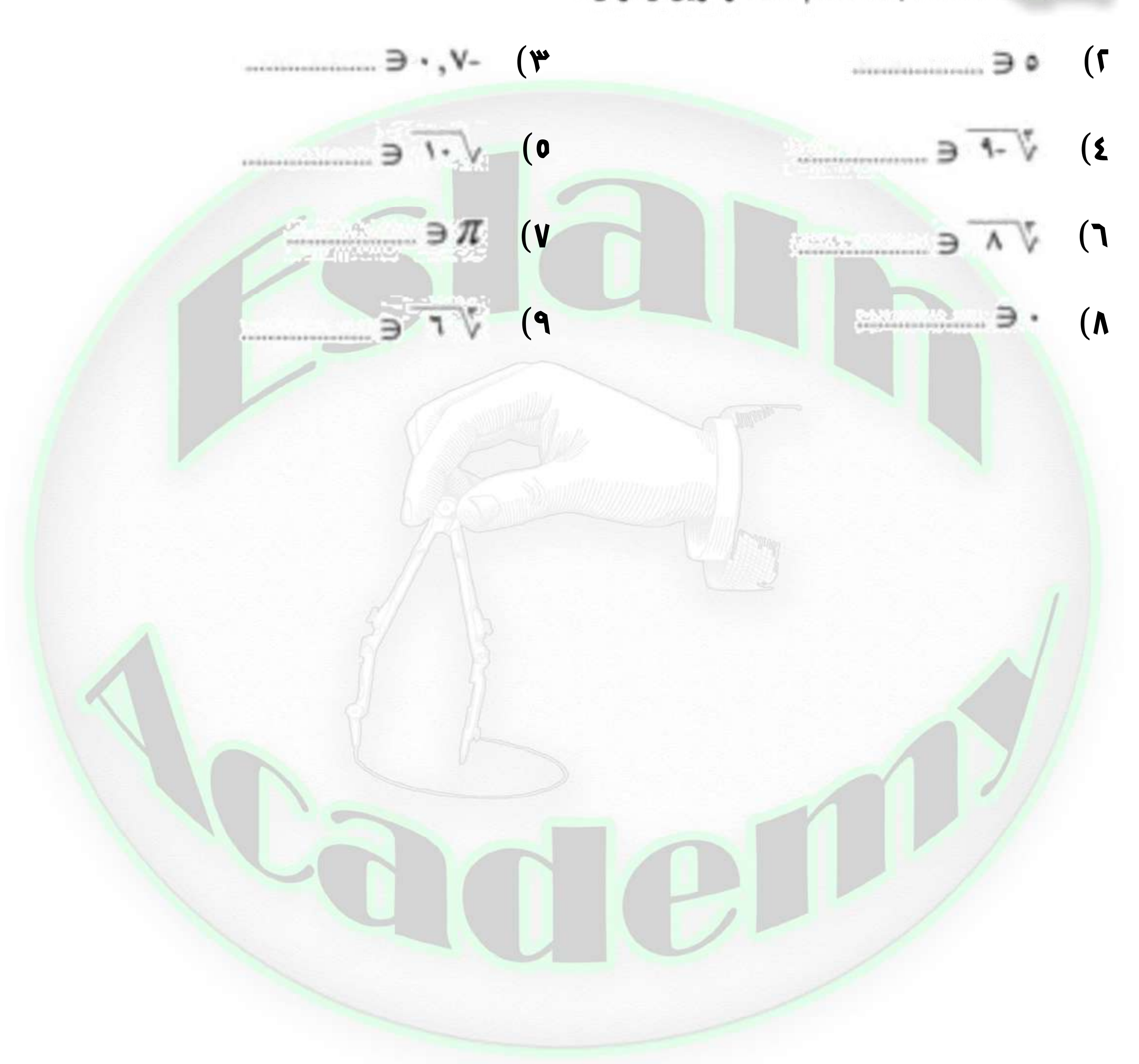
٥) $\sqrt{١٠}$ ∋ ....

٦) $\sqrt[3]{٨}$ ∋ ....

٧) π ∋ ....

٨) ٠ ∋ ....

٩) $\sqrt[3]{٦}$ ∋ ....



إيـجاد قيمة تقريبية للعدد غير النسبي

مثال: أكمل العبارات الاتية

١) ..... < $\sqrt{٣}$ < .....

٢) ..... < $\sqrt{١٧}$ < .....

٣) ..... < $\sqrt{٢٩}$ < .....

٤) ..... < $\sqrt{٤١}$ < .....

٥) ..... < $\sqrt{٥٥}$ < .....

٦) ..... < $\sqrt{٧٠}$ < .....

٧) قيمةً تقريبيةً للعدد $\sqrt{١٠}$ ، وتحقَّق من صحة إجابتك باستخدام الآلة الحاسبة.

مثال: قيمةَ س فى كلٍ من الحالاتِ الآتية ، وبيِّن ما إذا كانت س ∈ ن أم س ∉ ن

٨) $س^{٢} - ١ = ٤$

٩) $س^{٣} - ٢ = ٥$

١٠) $س^٢ + ٣ = ١٠$

١١) $س^٣ - ١ = ٤$

....

....

١٢) $٢س^٢ + ١ = ٧$

١٣) $٣س^٣ + ٢ = ١٤$

....

....

مثال: ارسم خطَّ الأعداد وحدِّد عليه

١٤) النقطة أ التى تمثل العدد $\sqrt{١٣}$

١٥) النقطة ب التي تمثل العدد $١ + \sqrt{١٣}$

....

....

....

....

....

١٦) النقطة جـ التى تمثل العدد $١ - \sqrt{١٣}$

....

....

....

مجموعة الأعداد الحقيقية ح

مجموعة الأعداد الحقيقية هى المجموعة الناتجة من أتحاد مجموعة الأعداد النسبية ومجموعة الأعداد الغير نسبية

ح

ن ن َ ص ط

ملحوظة

- ن ∩ ن' = φ
- ن ∪ ن' = ح
- ط ⊂ ص ⊂ ن ⊂ ح
- ح* = ح − {٠}
- ح$^{+}$ = {س : س ∈ ح ، س > ٠}
- ح = ح$^{+}$ ∪ ح$^{-}$ ∪ {٠}
- ح$^{-}$ = {س : س ∈ ح ، س < ٠}
- مجموعة الاعداد الحقيقية غير السالبة = ح$^{+}$ ∪ {٠} = {س : س ∈ ح ، س ≥ ٠}
- مجموعة الاعداد الحقيقية غير الموجبة = ح$^{-}$ ∪ {٠} = {س : س ∈ ح ، س ≤ ٠}

علاقات الترتيب في ح

مثال: أكمل مكان النقط بوضع [> أ، = أ، <]

١) $\sqrt{٥}$ .... $\sqrt{٣}$ ٢) $-\sqrt{٧}$ .... $-\sqrt{٥}$ ٣) $\sqrt{٥}$ .... $-\sqrt{٧}$

٤) $\sqrt{٣}$ .... $\sqrt[٣]{٧}$ ٥) $-\sqrt{٧}$ .... $-\sqrt[٣]{٧}$ ٦) $(١+\sqrt{٢})$ ٢

مثال: رتب الأعداد الاتية ترتيباً تنازلياً

٧) $\sqrt[٣]{-٨}$ ، $\sqrt{١٥}$ ، $\sqrt[٣]{٨}$ ، صفر ، $-\sqrt{٧}$

....

....

مثال: رتب الأعداد الأتية ترتيباً تصاعديا

٨) $\sqrt{١٧}$ ، $\sqrt[٣]{-٢٥}$ ، $\sqrt{١٥}$ ، $-\sqrt{٤}$ ، $\sqrt{٢٥}$

....

....

تمارين

أكمل مكان النقط بوضع [> أ، = أ، <]

١) $\sqrt{٩}$ .... $\sqrt[٣]{٢٧}$ ٤) $-\sqrt{٢٥}$ .... $\sqrt[٣]{-١٢٥}$

٢) $\sqrt{١٦}$ .... $-\sqrt[٣]{-٦٤}$ ٥) $(\sqrt{٥}-\sqrt{٣})$ .... صفر

٣) صفر .... $\sqrt[٣]{-٢٧}$ ٦) $(\sqrt{٣}-\sqrt{٥})$ .... صفر

الفترات

- ## الفترات المحددة

✓ الفترة المغلقة

....

✓ الفترة المفتوحة

....

✓ نصف مغلقة نصف مفتوحة

....

....

- ## الفترات الغير محددة

✓

....

....

....

....

ملحوظة

✓ مجموعة الاعداد الحقيقية يمكن التعبير عنها على الصورة] - ∞ ، ∞ [

✓ مجموعة الاعداد الحقيقية الموجبة $ح_+$ =] ٠ ، ∞ [

✓ مجموعة الاعداد الحقيقية السالبة $ح_-$ =] - ∞ ، ٠ [

✓ مجموعة الاعداد الحقيقية غير السالبة = [٠ ، ∞ [

✓ مجموعة الاعداد الحقيقية غير الموجبة =] - ∞ ، ٠]

مثال: أكتب على صورة فترة كلا من المجموعات الاتية

١) س = {س : س ∈ ح ، ٢ < س < ٥}

....

....

٢) ص = {س : س ∈ ح ، ٣ ≤ س ≤ ٧}

....

....

٣) ن = {س : س ∈ ح ، ٢ < س ≤ ٥}

....

....

٤) هـ = {س : س ∈ ح ، ٣ ≤ س < ٧}

....

....

٥) و = {س : س ∈ ح ، س < ٥}

....

....

٦) ش = {س : س ∈ ح ، س ≤ ٧}

....

....

٧) ف = {س : س ∈ ح ، س > ٥}

....

....

٨) ق = {س : س ∈ ح ، س ≥ ٧}

....

....

العمليات على الفترات

- **الاتحاد:** ٲ ∪ ب = جميع العناصر الموجودة فى المجموعتين
- **التقــاطع :** ٲ ∩ ب = جميع العناصر المشتركة بين المجموعتين
- **الفــرق:** ٲ - ب = جميع العناصر الموجودة فى ٲ وغير موجودة فى ب

مثال: أوجد مستعينا بخط الاعداد

٩) [-٢ ، ٥] ∪ [١ ، ٩[=

١٠)]٠ ، ٤[∪ [-٣ ، ٩[=

١١)]-∞ ، ٧[∪]٣ ، ∞[=

١٢)]-∞ ، ٣[∪]٧ ، ∞[=

١٣) [-٢ ، ٥] ∩ [١ ، ٩[=

١٤)]٠ ، ٤[∩ [-٣ ، ٩[=

١٥)]-∞ ، ٧[∩]٣ ، ∞[=

١٦) [-٣ ، ٢] ∩ [٥ ، ٩] =

١٧) [-٢ ، ٥] - [١ ، ٩[=

١٨) [١ ، ٩[- [-٢ ، ٥] =

١٩) [٢ ، ٥] – {٢} =

٢٠) [٢ ، ٥] – {٥} =

٢١) [٢ ، ٥] – {٢ ، ٥} =

٢٢)]-١ ، ٣] ∪ {-١} =

٢٣) [-١ ، ٣[∪ {٧} =

٢٤)]-١ ، ٣[∪ {-١ ، ٣} =

٢٥) [-٢ ، ١] –]-٢ ، ١[=

٢٦) [-٢ ، ١] – [-٢ ، ١[=

٢٧) [-٢ ، ١] −]-٢ ، ١] =

....

....

....

٢٨) {٣} − [٢ ، ٥] =

....

....

....

مثال:

أوجد مستعيناً بخط الاعداد كلا من

(١) س ∪ ص (٢) س ∩ ص (٣) س − ص (٤) ص − س

٢٩) س =]-٣ ، ٢[، ص = [-١ ، ٥]

....

....

....

....

....

٣٠) س =]-١ ، ٧[، ص =]١ ، ٤[

....

....

....

....

....

٣١) س = [-∞ ، ٣] ، ص =]١ ، ∞[

....

....

....

....

....

٣٢) س =]-٤ ، ١] ، ص =]١ ، ٥[

....

....

....

....

....

تمارين

اكتب كلا من المجموعات الاتية على صورة فترة ومثلها على خط الاعداد

١) أ = {س : س ∈ ح ، -١ < س < ٧ }
٢) ب = {س : س ∈ ح ، -٣ < س ≤ ٦ }
٣) ج = {س : س ∈ ح ، ١ ≤ س < ٥ }
٤) د = {س : س ∈ ح ، -٧ ≤ س ≤ ٤ }
٥) س = {س : س ∈ ح ، ٢ < س < ٧ }
٦) ع = {س : س ∈ ح ، -١ < س }
٧) غ = {س : س ∈ ح ، ٣ > س }
٨) ش = {س : س ∈ ح ، س < ٧ }
٩) ص = {س : س ∈ ح ، س > ٥ }
١٠) م = {س : س ∈ ح ، س ≤ ٧ }
١١) ن = {س : س ∈ ح ، س ≥ ٢ }
١٢) هـ = {س : س ∈ ح ، س ≤ -٥ }
١٣) ح+
١٤) ح-
١٥) ف = {س : س ∈ ح ، ١٠ > س > ١ }
١٦) ق = {س : س ∈ ح ، -١ ≥ س ≥ -٧ }

اكتب بطريقة الصفة المميزة كلا من الفترات الاتية ومثلها على خط الاعداد

١٧) [٢ ، ٦]
١٨)]-١ ، ٦[
١٩) [-٤ ، ∞[
٢٠)]٣ ، ٨]
٢١) [٣ ، ∞[
٢٢)]-∞ ، ٩]
٢٣) [-٤ ، ٥]
٢٤)]-∞ ، ٥[
٢٥) ح+

أوجد مستعيناً بخط الاعداد كلا من

(١) س ∪ ص (٢) س ∩ ص (٣) س – ص (٤) ص – س

٣٦) س = [-٤ ، ∞[، ص =]-∞ ، ٥[
٣٧) س = [-٤ ، ٣] ، ص = [٠ ، ٧]
٢٨) س = [٠ ، ٦] ، ص = [-٥ ، ٣]
٢٩) س = [-٤ ، ٩] ، ص =]١ ، ٥[

العمليات على الأعداد الحقيقية

خواص عملية الجمع فى ح

- **خاصية الاغلاق :** مجموع أى عددين حقيقيين هو عدد حقيقى
  إذا كان ٲ ∈ ح ، ب ∈ ح فإن ٲ+ ب ∈ ح
- **خاصية الإبدال :** عملية جمع الأعداد الحقيقية عملية أبدالية
  إذا كان ٲ ∈ ح ، ب ∈ ح فإن ٲ+ ب = ب + ٲ
- **خاصية التجميع (الدمج) :** لاى ثلاث أعداد حقيقية ٲ ، ب ، جـ فإن
  ٲ + ب + جـ = (ٲ+ ب) + جـ = ٲ + (ب + جـ)
- **العنصر المحايد الجمعى :** الصفر هو العنصر المحايد الجمعى فى ح
  ٲ + صفر = صفر + ٲ = ٲ
- **المعكوس الجمعى :** لكل عدد حقيقى ٲ يوجد معكوس جمعى (– ٲ)
  ٲ + (- ٲ) = صفر المعكوس الجمعى للعدد صفر هو صفر

خواص عملية الضرب فى ح

- **خاصية الاغلاق :** حاصل ضرب أى عددين حقيقيين هو عدد حقيقى
  إذا كان ٲ ∈ ح ، ب ∈ ح فإن ٲ × ب ∈ ح
- **خاصية الإبدال :** عملية ضرب الأعداد الحقيقية عملية أبدالية
  إذا كان ٲ ∈ ح ، ب ∈ ح فإن ٲ × ب = ب × ٲ
- **خاصية التجميع (الدمج) :** لاى ثلاث أعداد حقيقية أ ، ب ، جـ فإن
  ٲ × ب × جـ = (ٲ × ب) × جـ = ٲ × (ب × جـ)

- **العنصر المحايد الضربى :** الواحد هو العنصر المحايد الضربى فى ح

$$أ \times ١ = ١ \times أ = أ$$

- **المعكوس الضربى :** لكل عدد حقيقى أ يوجد معكوس ضربى هو $\frac{١}{أ}$

$أ \times (\frac{١}{أ}) = ١$ فمثلاً :العدد $\frac{٣}{٥}$ معكوسه الضربى $\frac{٥}{٣}$

المعكوس الضربى للعدد واحد هو واحد ، لايوجد معكوس ضربى للعدد صفر

- **خاصية التوزيع:**

إذا كان أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية فإن أ × (ب + جـ)= أ × ب + أ × جـ

مثال: اختصر لابسط صورة

١) $٥ + ٢\sqrt{٣} + ٧ + ٤\sqrt{٣}$

....

٢) $٢\sqrt{٥} + ٣\sqrt{٢} + ٤\sqrt{٥} - ٦\sqrt{٢}$

....

٣) $(\sqrt{٣} + ٢)(٢\sqrt{٣} - ٥)$

....

....

....

٤) $(\sqrt{٣} + \sqrt{٥})^{٢}$

....

....

....

٥) $(٣\sqrt{٢} - ٥)^{٢} + (٣\sqrt{٥} - ٤)(٣\sqrt{٥} + ٤)$

....

....

مثال: اوجد قيمة كلا مما يأتي اذا كان:

٦) أوجد قيمة $أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢}$ إذا كان $أ = ٣\sqrt{٥} - ٢$ ، $ب = ٣\sqrt{٥} + ٢$

....

....

....

....

٧) أوجد قيمة $أ^{٢} - ٢ أب + ب^{٢}$ إذا كان $أ = ٢\sqrt{٣} + ٥$ ، $ب = ٢\sqrt{٣} - ٥$

....

....

....

....

٨) أوجد قيمة $أ^{٢} + ب^{٢}$ إذا كان $أ = \sqrt{٥} + \sqrt{٣}$ ، $ب = \sqrt{٥} - \sqrt{٣}$

....

....

....

....

٩) أوجد قيمة المقدار $م^٢ + ٢ م ب + ب^٢$ إذا كان $م = ٢\sqrt{٥} - ٣$ ، $ب = ٢\sqrt{٥} + ٣$

....

....

....

....

١٠) أوجد قيمة المقدار $م^٢ - ب^٢$ $م = ٣\sqrt{٥} + ٦$ ، $ب = ٣\sqrt{٥} - ٦$

....

....

....

....

مثال: أكتب كلا من الاعداد الاتية بحيث يكون المقام عدد صحيحا

١١) $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$

١٢) $\frac{٦}{\sqrt{٣}}$

١٣) $\frac{٧}{٥\sqrt{٢}}$

....

العمليات على الجذور التربيعية

إذا كان أ ، ب عددين حقيقيين غير سالبين فإن

- $\sqrt{أ} \times \sqrt{ب} = \sqrt{أ\,ب}$
- $\sqrt{أ\,ب} = \sqrt{أ} \times \sqrt{ب}$
- $\frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}} = \sqrt{\frac{أ}{ب}}$
- $\sqrt{\frac{أ}{ب}} = \frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}}$
- $\sqrt{أ} \times \sqrt{أ} = (\sqrt{أ})^{٢} = أ$

مثال: ضع كلا مما يأتى على صورة أ $\sqrt{ب}$ حيث أ ، ب عددان صحيحان ، ب أصغر قيمة ممكنة

١) $\sqrt{١٢}$

....

....

....

٢) $\sqrt{٤٥}$

....

....

....

٣) $\sqrt{٤٨}$

....

....

....

٤) $\sqrt{٥٠}$

....

....

....

٥) $\sqrt{٢٨}$

....

....

....

٦) $\sqrt{١٠٠٠}$

....

....

....

٧) $\sqrt{٣} \times \sqrt{١٥}$

....

....

....

٨) $\sqrt{٥} \times \sqrt{١٠}$

....

....

....

٩) $٣\sqrt{١٥} \times ٢\sqrt{٣}$

....

....

....

مثال: ضع كلا مما يأتى على صورة $\sqrt{ب}$ حيث ب عدد صحيح

١٠) $٢\sqrt{٥}$

١١) $٤\sqrt{٣}$

....

....

١٢) $٣\sqrt{٢}$

١٣) $١٠\sqrt{٣}$

....

....

مثال: أختصر إلى أبسط صورة

١٤) $\sqrt{٥٠} + \sqrt{١٨} - \sqrt{٩٨}$

١٥) $٢\sqrt{١٢} + ٣\sqrt{٣} - \sqrt{٧٥}$

....

....

....

١٦) $\sqrt{٧٥} - \sqrt{١٢} + \sqrt{٢٧}$

١٧) $\sqrt{٣٢} - ٣\sqrt{٨} + ٦\sqrt{\frac{١}{٢}}$

....

....

....

١٨) $(\sqrt{٥} - ٢)(\sqrt{٥} + ٤)$

١٩) $(\sqrt{٥} + \sqrt{٣})(٢\sqrt{٥} - \sqrt{٣})$

مثال: أوجد قيمة المقدار فى أبسط صورة

٢٠) إذا كان س $= \sqrt{٥} + \sqrt{٢}$ ، ص $= ٢\sqrt{٥} - \sqrt{٢}$ أوجد س^{٢} + ٢س ص + ص^{٢}

٢١) إذا كان أ $= \sqrt{٧} + \sqrt{٣}$ ، ب $= \sqrt{٧} - ٢\sqrt{٣}$ أوجد أ^{٢} − ب^{٢}

٢٢) إذا كان ل $= ٣\sqrt{٢} - \sqrt{٣}$ ، م $= \sqrt{٣} - ٢\sqrt{٢}$ أوجد ل^{٢} + م^{٢}

الكميتان المترافقتان

إذا كان أ ، ب عددين نسبيين موجبين فإن كلا من العددين $\sqrt{أ}$ + ب ، $\sqrt{أ}$ - ب يعتبر مرافقاً للعدد الاخر

حاصل ضرب الكميتين المترافقتين = مربع الاول – مربع الثانى

مثال: أكتب الكسر بحيث يكون المقام عدداً صحيحاً

٢٣) $\frac{٥}{\sqrt{٧} - \sqrt{٢}}$

٢٤) $\frac{١}{\sqrt{٣} + ١}$

....

....

....

....

مثال: إثبت أن س ، ص كميتان مترافقتان

٢٥) س = $\frac{٤}{\sqrt{٧} - \sqrt{٣}}$ ، ص = $\sqrt{٧} - \sqrt{٣}$ ثم أوجد قيمة المقدار $س^٢ + ٢ س ص + ص^٢$

....

....

....

....

٢٦) س = $\frac{٣}{\sqrt{٥} + \sqrt{٢}}$ ، ص = $\sqrt{٥} - \sqrt{٢}$ ثم أوجد قيمة المقدار س^٢ ص^٢

....

....

....

....

٢٧) س = ٥ ــ ٢$\sqrt{٦}$ ، ص = $\frac{١}{س}$ ثم أوجد قيمة المقدار ص^٢ ــ ٢ س ص + س^٢

....

....

....

....

٢٨) س = $\frac{٣}{٢\sqrt{٢} - \sqrt{٥}}$ ،، ص = ٢$\sqrt{٢}$ + $\sqrt{٥}$ ثم أوجد قيمة المقدار $\frac{س + ص}{س ص}$

....

....

....

....

تمارين

أختصر كلا مما يأتى لا بسط صورة

1) $\sqrt{12} + \sqrt{75} - \sqrt{48}$

2) $\sqrt{20} - \sqrt{45} + \sqrt{80}$

3) $\sqrt{90} - \sqrt{160} + \sqrt{40}$

4) $\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{72}$

5) $\sqrt{28} + \sqrt{63} - \sqrt{175}$

6) $\sqrt{24} + \sqrt{150} - \sqrt{54} + \sqrt{96}$

7) $4\sqrt{2} - 4\sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{18}$

8) $\sqrt{27} + \sqrt{12} - \sqrt{48} - 3\sqrt{\frac{1}{3}}$

9) $(5\sqrt{3} - \sqrt{7})(5\sqrt{3} + \sqrt{7})$

10) $(\sqrt{5} + 2\sqrt{3})(\sqrt{5} + 4\sqrt{3})$

11) $(2\sqrt{5} + 4)(3\sqrt{5} - 2)$

12) $(\sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{5})$

13) $3\sqrt{2}\,(5\sqrt{2} - 4\sqrt{3})$

14) $(3\sqrt{2} + 5\sqrt{3})^2$

15) $(5\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$

16) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2$

17) $\sqrt{48} - 2\sqrt{27} + 6\sqrt{\frac{1}{3}}$

18) $2\sqrt{8} + 2\sqrt{12} - \sqrt{48} - \sqrt{2}$

أجعل المقام فى كلا مما يأتى عدد صحيحاً

19) $\frac{7}{\sqrt{5}}$

20) $\frac{\sqrt{3} + 5}{\sqrt{2}}$

21) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$

22) $\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

23) $\frac{7}{5\sqrt{2}}$

24) $\frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

25) $\frac{7\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

26) $\frac{1}{\sqrt{3} + 1}$

ضع على صورة $أ\sqrt{ب}$ كلا مما يأتى حيث ب أصغر ما يمكن

٢٧) $\sqrt{١٨}$ ٢٨) $٨\sqrt{\frac{٣}{٢}}$ ٢٩) $\sqrt{٨٠}$ ٣٠) $٢\sqrt{٤٨}$

ضع على صورة $\sqrt{ب}$ كلا مما يأتى

٣١) $٢\sqrt{٥}$ ٣٢) $٣\sqrt{\frac{١}{٣}}$ ٣٣) $٥\sqrt{٣}$ ٣٤) $٤\sqrt{٢}$ ٣٥) $٢\sqrt{٥} \times \sqrt{٣}$

ضع كلا من الكسور الاتية بحيث يكون المقام عدد صحيحاً

٣٦) $\frac{٢}{\sqrt{٥} - \sqrt{٣}}$ ٣٧) $\frac{٤}{\sqrt{٧} + \sqrt{٣}}$ ٣٨) $\frac{٤}{\sqrt{٣} - \sqrt{٥}}$ ٣٩) $\frac{٢}{\sqrt{٥} + ٢}$

إثبت أن أ ، ب كميتان مترافقتان

٤٠) $أ = \frac{٢}{٣ - \sqrt{٧}}$ ، $ب = ٣ - \sqrt{٧}$ ثم أوجد قيمة المقدار $أ^٢ + ٢ أ ب + ب^٢$

٤١) $أ = \frac{٢}{\sqrt{٧} - \sqrt{٥}}$ ، $ب = \sqrt{٧} - \sqrt{٥}$ ثم أوجد قيمة المقدار $أ^٢ + أ ب + ب^٢$

٤٢) إذا كانت $س = \frac{٢}{\sqrt{١١} + ٣}$ ، $ص = \sqrt{١١} + ٣$ ثم أوجد قيمة المقدار $س^٢ + ص^٢$

العمليات على الجذور التكعيبية

إذا كان أ ، ب عددين حقيقيين فإن

- $\sqrt[3]{أ} \times \sqrt[3]{ب} = \sqrt[3]{أ ب}$
- $\frac{\sqrt[3]{أ}}{\sqrt[3]{ب}} = \sqrt[3]{\frac{أ}{ب}}$
- $\sqrt[3]{-أ} = -\sqrt[3]{أ}$
- $\sqrt[3]{أ} \times \sqrt[3]{أ} \times \sqrt[3]{أ} = أ$

مثال: أختصر إلى أبسط صورة

١) $\sqrt[3]{٤٠} + \sqrt[3]{١٣٥} - \sqrt[3]{٣٢٠}$

٢) $٢\sqrt[3]{٥٤} + ٣\sqrt[3]{١٦} - \sqrt[3]{٢٥٠}$

٣) $\sqrt[3]{٣٧٥} - \sqrt[3]{٢٤} + \sqrt[3]{٨١}$

٤) $\sqrt[3]{٥٤} - \sqrt[3]{-٢٥٠} + ٤\sqrt[3]{\frac{١}{٤}}$

٥) $\sqrt[٣]{٣٢} + ٢\sqrt[٣]{\frac{١}{٢}} - \sqrt[٣]{(-٢)^{٣}}$

....

....

....

....

٦) $(\sqrt[٣]{٣} - \sqrt[٣]{٢})(\sqrt[٣]{٩} + \sqrt[٣]{٦} + \sqrt[٣]{٤})$

....

....

....

....

تمارين

أوجد كلا مما يأتى فى أبسط صورة :-

١) $\sqrt[٣]{١٦}$

٢) $\sqrt[٣]{-١٣٥}$

٣) $\sqrt[٣]{-٥٤}$

٤) $٣\sqrt[٣]{\frac{١}{٣}}$

٥) $٢\sqrt[٣]{٢٥٠}$

٦) $\sqrt[٣]{٨١} + \sqrt[٣]{-٢٤} - ٣\sqrt[٣]{\frac{١}{٩}}$

٧) $٢\sqrt[٣]{٣} - \sqrt[٣]{٨١} + \sqrt[٣]{٢٤}$

٨) $\sqrt[٣]{٥٤} + \sqrt[٣]{١٦} - \sqrt[٣]{٢٥٠}$

٩) $\sqrt[٣]{١٦} - \sqrt[٣]{٥٤} + \sqrt[٣]{-٢}$

١٠) $\sqrt[٣]{٥٤} + \sqrt[٣]{-٢} - \sqrt[٣]{١٦}$

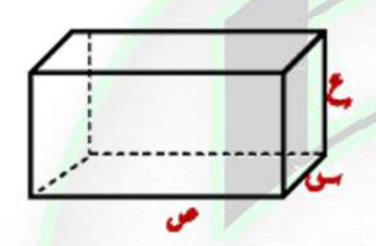
تطبيقات على الاعداد الحقيقية

الدائرة

- محيط الدائرة = ٢ π نق
- مساحة الدائرة = π نق٢

متوازي المستطيلات

- مساحته الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع = ٢ (س + ص) × ع
- مساحته الكلية = ٢ (س ص + ص ع + س ع)
- حجمه = مساحة القاعدة × الارتفاع = س ص ع



المكعب

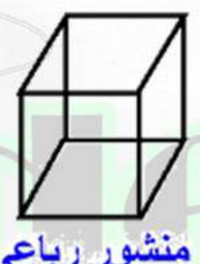
- مساحته الجانبية = ٤ ل٢
- مساحته الكلية = ٦ ل٢
- حجمه = ل٣

المنشور القائم

المنشور هو جسم جميع أوجهه الجانبية مستطيلة الشكل وقاعدتاه متطابقتان ومتوازيتان وكلا منهما مضلع (مثلث – شكل رباعى – شكل خماسى)



منشور ثلاثى



منشور رباعى



منشور خماسى

- المساحة الجانبية للمنشور = محيط القاعدة × الارتفاع
- المساحة الكلية للمنشور = المساحة الجانبية + مجموع مساحتى القاعدتين
- حجم المنشور = مساحة القاعدة × الارتفاع

الاسطوانة الدائرية القائمة

- المساحة الجانبية للاسطوانة = محيط القاعدة × الارتفاع = ٢ π نق × ع
- المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مجموع مساحتى القاعدتين = ٢ π نق ع + ٢ π نق^{٢}
- الحجم = مساحة القاعدة × الارتفاع = π نق^{٢} × ع

الكرة

- مساحة سطح الكرة = ٤ π نق^{٢}
- حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣}

مثال:

١) دائرة مساحتها ١٥٤ سم^{٢} أوجد محيطها لاقرب سم ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

....

....

٢) دائرة مساحتها ٣٦ π أوجد طول نصف قطرها ثم أوجد محيطها

....

....

٣) متوازى مستطيلات أبعاده ٣ ، ٤ ، ٦سم أوجد

أ. مساحته الكليه ب. حجمه

....

....

٤) متوازى مستطيلات النسبة بين أبعاده ٢ : ٣ : ٥ فإذا كان حجمه ٣٠٠٠٠ سم^3 أوجد مساحته الكلية

....

....

....

....

....

٥) مكعب من الصلصال طول حرفه = ٢٠سم صنعت منه متوازيات مستطيلات صغيرة أبعاد كلا منها ٢سم ، ٤سم ، ٥ سم أوجد عدد متوازيات المستطيلات

....

....

....

....

٦) مكعب طول حرفه ١٠ سم أوجد

أ. مساحته الجانبية ب. مساحته الكلية ت. حجمه

....

....

....

....

....

....

٧) مكعب مساحته الجانبية ١٠٠سم^{٢} أوجد مساحته الكلية وحجمه

....

....

....

....

....

٨) مكعب مساحته الكلية ٦٠٠سم^{٢} أوجد مساحته الجانبية وحجمه

....

....

....

....

....

٩) مكعب حجمه ٢١٦ سم^{٣} أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية

....

....

....

....

....

١٠) منشور ثلاثى قاعدته مثلث قائم الزاوية طولا ضلعى القائمة فيه ٣سم ، ٤سم وأرتفاعه ١٠سم أوجد

أ. مساحته الجانبية ب. مساحته الكلية ت. حجمه

....

....

....

....

....

....

١١) منشور قاعدته مربع طول ضلعه = ٣سم وأرتفاعه = ٧سم أوجد

أ. مساحته الجانبية ب. مساحته الكلية ت. حجمه

....

....

....

....

....

....

١٢) منشور ثلاثى قائم قاعدته على شكل مثلث متساوى الساقين طول كلا من ساقيه ٥سم وطول قاعدته ٦سم فإذا كان حجم المنشور ٨٤ سم^{٣} أوجد

أ. أرتفاع المنشور ب. مساحته الجانبية ت. مساحته الكلية

....

....

....

....

....

....

١٣) منشور رباعى قائم أرتفاعه ١٥سم وقاعدته شبه منحرف متطابق الساقين طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦سم ، ١٢ سم وطول ساقيه = ٥سم أوجد مساحته الجانبية والكلية وحجمه

....

....

....

....

....

....

١٤) أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٧سم وأرتفاعها ١٠ سم أوجد

أ. مساحتها الجانبية ب. مساحتها الكلية ت. حجمها

....

....

....

....

....

....

١٥) أسطوانة دائرية قائمة أرتفاعها ١٢سم وحجمها ١٢٠٠ π سم^{٣} أوجد طول نصف قطر قاعدتها ثم أوجد مساحتها الجانبية

....

....

....

....

....

....

١٦) أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٦٤ π سم^3 فإذا كان أرتفاعها يساوى طول نصف قطر دائرتها أوجد أرتفاعها

....

....

....

....

....

....

١٧) أسطوانة دائرية قائمة أرتفاعها ٤٤ سم وأرتفاعها ٥سم أوجد حجمها

....

....

....

....

١٨) إذا كان حجم أسطوانة دائرية قائمة ٤٤٠٠سم^3 وأرتفاعها ١٤سم أوجد طول قطر قاعدتها

....

....

....

....

١٩) أوجد حجم كرة طول نصف قطرها ٧سم ثم أوجد مساحتها الجانبية

....

....

....

....

٢٠) كرة حجمها $\frac{٥٠٠ ط}{٣}$ سم^{٣} أوجد طول نصف قطرها

....

....

....

....

٢١) كرة من المعدن طول نصف قطرها ٣سم صهرت وحولت إلى أسطوانة طول نصف قطر قاعدتها ٣سم أحسب أرتفاع الاسطوانة

....

....

....

....

٢٢) أوجد طول نصف قطر كرة حجمها ٣٦ π سم^{٣}

....

....

....

....

تمارين

أكمل العبارات الاتية

١) المساحة الجانبية لمكعب طول حرفه ل سم = ... $سم^٢$

٢) إذا كان طول حرف مكعب ٢سم فإن حجمه = ... $سم^٣$

٣) المكعب الذى طول حرفه ٢ل سم فإن حجمه = ... $سم^٣$

٤) مكعب طول حرفه = ٤سم فإن مساحته الكلية = ... $سم^٢$

٥) المكعب الذى حجمه = ١٠٠٠ $سم^٣$ مساحة سطحه الجانبى = ...$سم^٢$

٦) إذا كانت مساحة الاوجه الستة لمكعب = ١٥٠$سم^٢$ فإن حجمه = ... $سم^٣$

٧) مكعب حجمه = ٥$سم^٣$ إذا ضوعف طول حرفه فإن حجمه = ... $سم^٣$

أختار الأجابة الصحيحة من بين الأقواس

٨) مكعب طول حرفه = ٦سم أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه

[١٤٤$سم^٢$ ، ٢١٦ $سم^٢$ ، ٢١٦$سم^٣$]

٩) مكعب حجمه = ١٢٥ $سم^٣$ أوجد طول حرفه ، مساحته الجابية ومساحته الكلية

[٥سم ، ١٠٠ $سم^٢$ ، ١٥٠ $سم^٢$]

١٠) مكعب مساحة أحد أوجهه = ١٠٠$سم^٢$ أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه

[٤٠٠$سم^٢$ ، ٦٠٠$سم^٢$ ، ١٠٠٠$سم^٣$]

١١) مكعب محيط أحد أوجهه = ١٢سم أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه

[٣٦$سم^٢$ ، ٥٤$سم^٢$ ، ٢٧$سم^٣$]

١٢) دائرة طول نصف قطرها = ٢١سم أوجد محيطها ومساحتها

١٣) دائرة طول نصف قطرها = $\sqrt{٧}$ أوجد مساحتها

١٤) متوازى مستطيلات أبعاده ٤ سم ، ٦سم ، ٥سم أوجد

أ. مساحته الكلية ب. حجمه

١٥) متوازى مستطيلات بعدا قاعدته ٤سم ، ٥سم وارتفاعه = ٦سم أوجد

أ. مساحته الجانبية ب. مساحته الكلية ت. حجمه

١٦) متوازى مستطيلات النسبة بين أبعاده ٢ : ٣ : ٤ وحجمه = ٣٠٠٠ أوجد مساحته الكلية

١٧) متوازى مستطيلات مساحته الجانبية = ٤٨٠ سم^{٢} وقاعدته على شكل مربع طول ضلعه = ١٠ سم أحسب أرتفاعه

١٨) منشور ثلاثى قائم أرتفاعه ١٢سم وقاعدته على شكل مثلث قائم الزاوية طولا ضلعى القائمة فيه ٣سم ، ٤سم أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه

١٩) منشور ثلاثى قائم أرتفاعه ١٢سم وقاعدته على شكل مثلث قائم الزاوية طول وتره = ١٠سم وأحد ضلعى القائمة فيه ٦سم أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه

٢٠) منشور رباعى قائم قاعدته مربع طول ضلعه ١٠سم وأرتفاعه = ٧سم أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية وحجمه

٢١) أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها = ٧سم وأرتفاعها = ٢٥سم أوجد المساحة الجانبية للأسطوانة

٢٢) أسطوانةدائرية قائمة محيط قاعدتها ٤٤سم وأرتفاعها ٢٥سم أوجد حجمها

٢٣) أوجد حجم كرة طول نصف قطرها = ٣٠ سم (π = ٣.١٤١)

٢٤) كرة حجمها ٤١٨٨ سم^{٣} أوجد طول نصف قطرها

٢٥) أوجد طول قطر كرة حجمها ٣٨٨٠٨ سم^{٣} ثم أوجد مساحة سطحها

حل المعادلات والمتباينات من الدرجة الأولى في متغير واحد في ح

مثال: أوجد فى ح مجموعة الحل لكلا من المتباينات الاتية وأكتب مجموعة الحل على صورة فترة

١) س – ١ > ٣

٢) س + ١ ≥ ٣

٣) س – ٢ < ٧

٤) س + ٣ ≤ ٨

٥) ٥ – ٢س > ١١

٦) ١ – ٣س < ١٣

٧) ٢س + ٣ > ١١

٨) ٣س - ٢ < ١٣

٩) ٢س – ١ < س + ٣

١٠) ٣س + ١ > س + ١٣

١١) ٢س – ٣ ≥ ١٢ – س

١٢) ٥س – ١٢ ≤ س

١٣) $٥ < \text{س} - ١ < ١٠$

١٤) $٣ < ٢\text{س} + ١ \le ١١$

١٥) $١ < \frac{\text{س}+١}{٣} < ٢$

١٦) $٣ < \frac{\text{س}}{٢} + ١ < ٧$

١٧) $٧ \le ٣ - ٢\text{س} < ١١$

١٨) $\text{س} + ٤ < ٣\text{س} + ٢ < \text{س} + ١٠$

١٩) $-٢\text{س} + ٢ < ٠ < -٢\text{س} + ١٠$

تمارين

أكمل العبارات الأتية

1) إذا كانتت ٧ – س < ٣ فإن س > ....
2) إذا كانت س ∈ [٣ ، ٥] فإن ٢س ∈ ....
3) إذا كانت س ∈ [٢ ، ٦] فإن س + ١ ∈ ....
4) إذا كانت س ∈ [٣ ، ٥] فإن س^{٢} ∈ ....
5) إذا كانت -٥ < س < ٣ حيث س ∈ ح فإن ٢س ∈] ...... ، ......[
6) إذا كانت س ∈ [-٣ ، ٤] فإن س^{٢} ∈ ....
7) إذا كانت س ∈ [٤ ، ٩] فإن $\sqrt{س}$ ∈ ....
8) إذا كانت س ∈ [-٢ ، ٣] فإن س^{٣} ∈ ....
9) إذا كانت ٢س ∈ [٦ ، ١٤] فإن س ∈ ....
10) إذا كانت [-٣ ، ∞[هى مجموعة حل المتباينة – س ≤ ب فإن ب = ...
11) إذا كانت ٢س + ٣ ∈ [٧ ، ١٣] فإن س ∈ ....

أكتب على صورة فترة مجموعة الحل لكلا من المتباينات الاتية

12) ٢س < ١٢
13) -٣س < ١٢
14) $\frac{٣}{٢}$س < ٦
15) س – ١ < ٥
16) س + ١ ≤ ٤
17) س – ٣ ≥ ٥
18) ٢س – ٣ > ٧

19) ٣س – ٢ < ١٠
20) ٥س + ١ < ٤١
21) ٧ – ٢س > ٥
22) ٣ – ٤س < ١١
23) ٣ < س + ١ ≤ ١١
24) ٢ ≤ س – ٣ ≤ ٥
25) ٣ ≤ ٢س + ١ < ١١

26) ٥ < ٣س + ٢ ≤ ١٧
27) س + ١ < ٢س – ٥ < س + ٧
28) س – ١ ≤ ٣س + ٧ ≤ س + ١٥
29) -٥ < س + ٣ < ٩
30) – س + ٥ > ٩

الوحدة الثانية

العلاقة بين متغيرين

Mr. Eslam Youssif

0122 67 666 55

www.eslamacademy.com

العلاقة بين متغيرين

دراسة العلاقة بين متغيرين :-

- هى علاقة من الدرجة الاولى بين متغيرين س ، ص وتكون على الصورة
  ﻫ س + ب ص = جـ حيث ﻫ ، ب ، جـ أعداد حقيقية ، ﻫ ، ب كلاهما ≠ الصفر
  ويوجد عدد لا نهائى من الازواج المرتبة التى تحقق العلاقة والتى عند تمثيلها بيانياً
  تكون خط مستقيم ولذلك سميت بالعلاقة الخطية

مثال: أوجد ثلاث أزواج مرتبة تحقق العلاقة :

١) س + ص = ٥

....

....

....

....

٢) ص – س = ٣

....

....

....

....

٣) ص – ٢ س = ٥

....

....

....

....

٤) س + ٢ص = ٧

....

....

....

....

٥) س = ٤

....

....

....

٦) ص = ٣

....

....

....

٧) ص = س

....

....

....

٨) ص = -٣

....

....

....

مثال: أوجد قيمة ك

٩) إذا كان الزوج (ك ، ٢) يحقق العلاقة ٣س + ص = ١٧ أوجد قيمة ك

....

....

....

١٠) إذا كان الزوج (٢ ، ٣) يحقق العلاقة ك س – ٤ ص = ١٠ أوجد قيمة ك

....

....

....

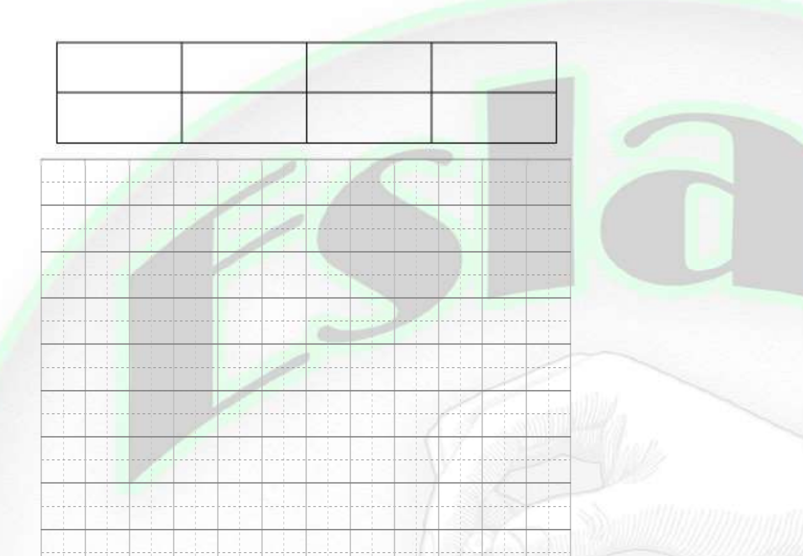
مثل بيانيا العلاقة

١١) ٢س + ص = ٥

....

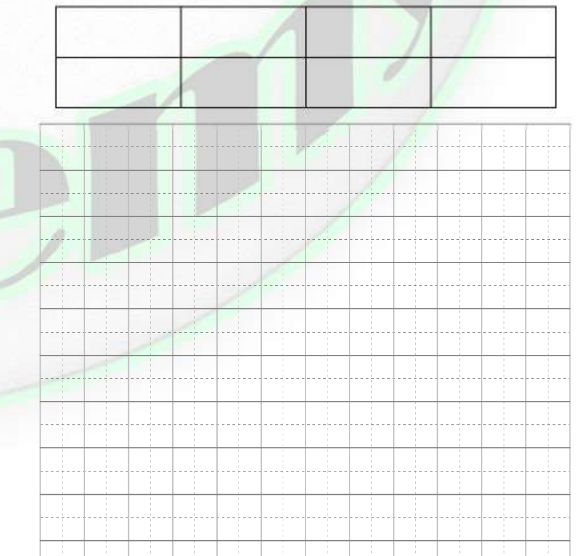
١٢) ص – ٢ س = ١

....



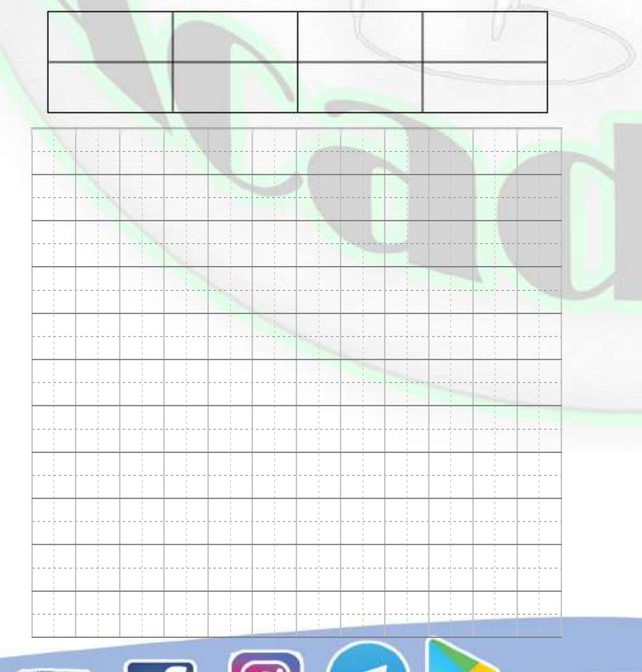
١٣) ص – ٣س = ٠

....

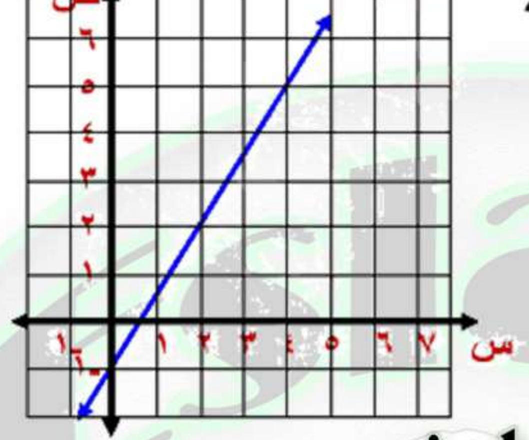


١٤) ص – $\frac{٢}{٣}$ س = ٠

....



١٥) الرسم المقابل هو الرسم البيانى لاحدى العلاقات الخطية بأستخدام هذا التمثيل أكمل الازواج المرتبة التالية



(١) (٠ ، ......)

(٢) (..... ، ٥)

(٣) (٢ ، ......)

(٤) (...... ، ٣,٥)

تمارين

أوجد أربعة أزواج مرتبة تحقق العلاقات الاتية

١) ص = س +١   ٣) ص ــ ٥ س = ١   ٥) ٢ص +٣ س = ٧

٢) ص = ٣س ــ ٤   ٤) ٢ص ــ س = ٧   ٦) ٢ص = ٣س

٧) إذا كان (٣ ، ٦) يحقق العلاقة ص = ك س فأوجد قيمة ك

٨) إذا كان (٢ ، ك) يحقق العلاقة ص ــ ٣ س = ١ أوجد قيمة ك

مثل بيانيا كلا من العلاقات الاتية

٩) ص = ٢ س ـ٣   ١٢) ص = ـ ٢ س

١٠) ص = س +٢   ١٣) س = ٥

١١) ص ـ س = ٣   ١٤) ص ــ ٢س = ٣

ميل الخط المستقيم و تطبيقات حياتية

ميل الخط المستقيم :-

- المستقيم المار بالنقطتين (س١، ص١) ، (س٢ ، ص٢)

يكون ميله م = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الافقى}}$ = $\frac{\text{التغير فى الاحداثى الصادى}}{\text{التغير فى الاحداثى السينى}}$

- سرعة السيارة = ميل المستقيم

مثال: أوجد ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين

١) (١ ، ٢) ، (٣ ، ٥)

٢) (-١ ، ٢) ، (٣ ، ٠)

....

....

٣) إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٣) ، (٥ ، ص) يساوى ٢ أوجد قيمة ص

....

....

....

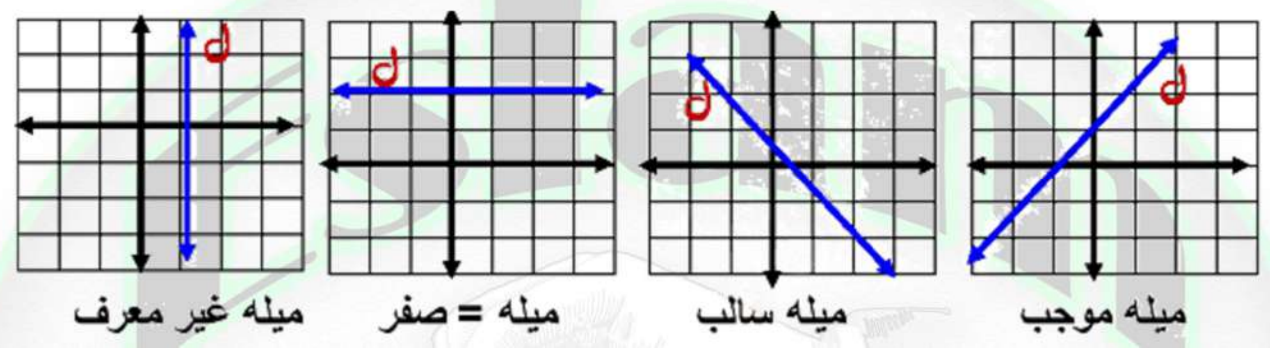
٤) إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٥) ، (٤ ، ك) يوازى محور السينات أوجد قيمة ك

....

٥) إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، ٤) ، (ك ، ٦) يوازى محور الصادات أوجد قيمة ك

....

ملحوظة

- 

ميله موجب   ميله سالب   ميله = صفر   ميله غير معرف

- ميل محور السينات = ميل أى مستقيم أفقى = صفر
- ميل أى مستقيم يوازى محور السينات = صفر
- ميل محور الصادات = ميل أى مستقيم رأسى = غير معرف
- ميل أى مستقيم يوازى محور الصادات = غير معرف

مثال:

٦) إثبت أن النقط م = (١، ٢)، ب = (٢، ٤)، جـ = (ـ١ ، ـ٢) على أستقامة واحدة

....

....

....

....

أوجد قيمة ك إذا كانت النقط تقع على أستقامة واحدة

٧) أ(-١ ، ٢) ، ب = (٣ ، ١) ، جـ = (٧ ، ك)

....

....

....

....

٨) أ= (٤ ، -٣) ، ب = (-٦ ، ك) ، جـ = (٥ ، -٤)

....

....

....

....

٩) أ = (-٢ ، ك) ، ب = (٢ ، ٤) ، جـ = (٦ ، -٤)

....

....

....

....

تمارين

عين ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط الاتية

١) (٢ ، ١) ، (٤ ، ٥)   ٣) (٠ ، ٣) ، (٤ ، ٧)   ٥) (-١ ، -٢) ، (-٣ ، ٥)

٢) (٠ ، ٤) ، (٥ ، ٠)   ٤) (-١ ، ٢) ، (٣ ، ٥)   ٦) (٣ ، -١) ، (-٢ ، ٤)

٧) فى الشكل المقابل أ ب جـ مثلث فيه ب جـ // محور السينات

حدد نوع ميل كلا من المستقيمات الاتية من حيث

(موجب – سالب – صفر – غير معرف)

(١) ميل أ ب .... (٢) ميل أجـ ....

(٣) ميل ب جـ .... (٤) ميل ب ع ....

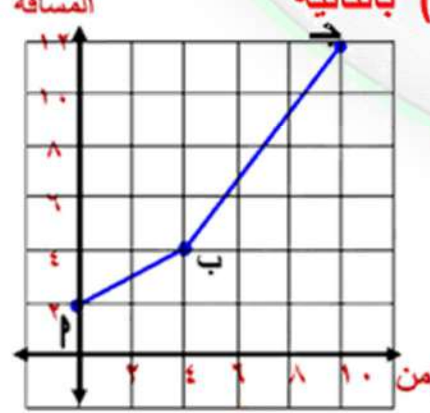
٨) إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (١، ٢) ، (٣ ، ك) يساوى ٢ أوجد قيمة ك

٩) إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (-٢،٤) ، (١ ، ك) يساوى ٥ أوجد قيمة ك

١٠) أثبت أن أ ،ب ،جـ تقع على أستقامة واحدة أ=(١، ١)، ب = (٣،٣)،جـ = (٦،٦)

١١) إذا كانت النقط أ = (١ ، ٢) ، ب = (٢ ، ٤) ، جـ = (٤ ، ص) تقع على أستقامة واحدة أوجد قيمة ص

١٢) الشكل المقابل يوضح العلاقة بين المسافة (ف) بالمتر والزمن (ن) بالثانية



أ. السرعة فى المسافة من أ إلى ب

ب. السرعة فى المسافة من ب إلى جـ



الاحصاء

Mr. Eslam Youssif

0122 67 666 55

جمع البيانات وتنظيمها

أنواع البيانات

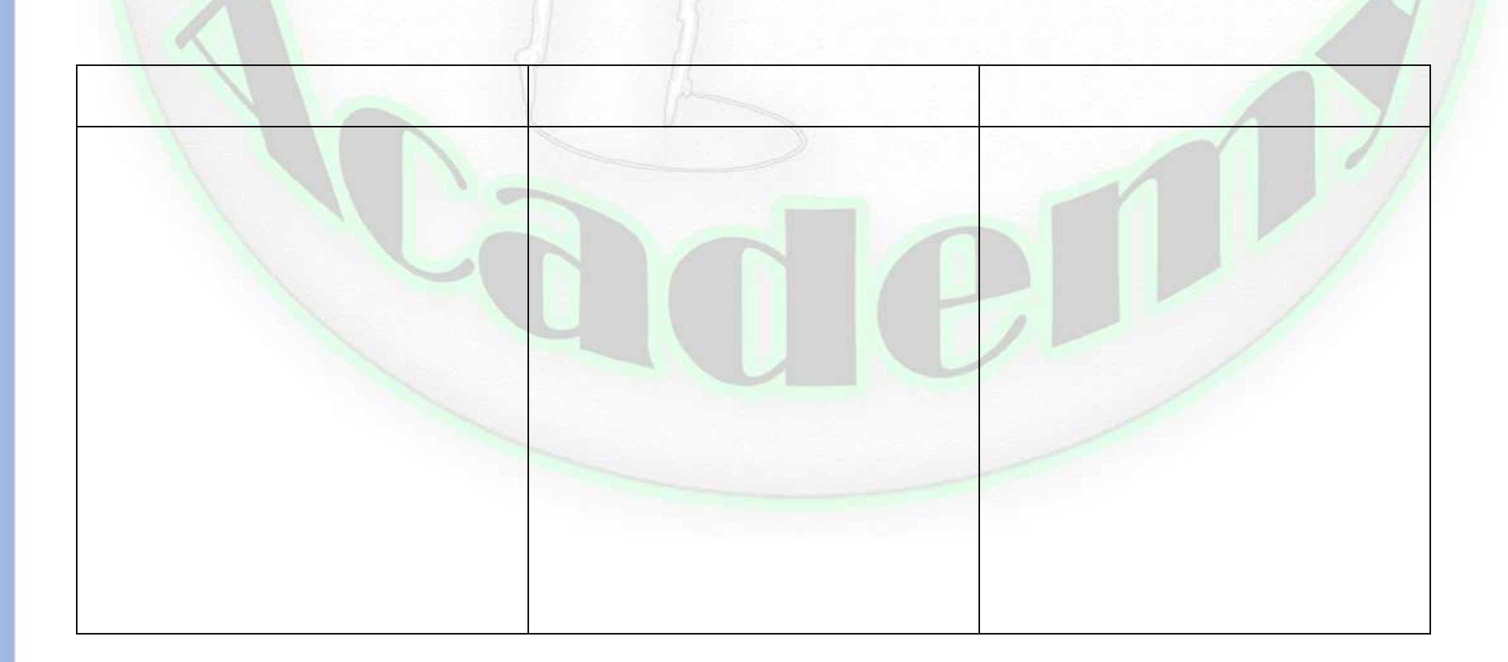
- بيانات إبتدائية : وهى البيانات المجمعة بإستخدام كشوف الملاحظة والإستبيانات
- بيانات ثانوية : وهى البيانات المجمعة من الإنترنت ، الكتب ، الوثائق ، النشرات الإحصائية
- بيانات تجريبية : وهى البيانات المجمعة بإستخدام التجارب لإختبار نظرية

١) كون جدول تكرارى ذى مجموعات للبيانات الآتية :

٧	١٠	٧	٤	٥	٨	٦	٧	١٣	١٢
٢	٩	١١	١٢	١١	٩	١٥	١٢	١٣	٩
٥	١٤	١٩	٣	٩	١٤	٣	١٣	٨	١٧

....

....



٢) كون جدول تكرارى ذى مجموعات للبيانات الآتية :

٣٨	٢٧	٣٩	٣٤	٢٤	٤٤	١٥	٣١	٣٣	٤٣
٣٧	٣٣	٢٦	٣٣	٣٠	٢٩	٢١	٢٩	٢٥	٤٢
٣٦	٢٣	٣٢	٣٦	٣٠	٢٥	٢١	٣٢	٢٦	٤٠
٣١	٢٨	١٩	٣١	٢٢	٢٨	٣٤	٢٧	٣٥	٢٩

....

....

الجدول التكرار المتجمع الصاعد و الجدول التكراري المتجمع النازل وتمثيلهما بيانيا

١) كون الجدول التكرارى المتجمع الصاعد لبيانات الجدول الآتى ومثله بيانياً :

المجموعات	١٨ ـ	٢٤ ـ	٣٠ ـ	٣٦ ـ	٤٢ ـ	٤٨ ـ	٥٤ ـ	المجموع
التكرار	٢	٤	١٠	١٨	٨	٦	٢	٥٠

الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد
اقل من	

٢) كون الجدول التكرارى المتجمع النازل لبيانات الجدول الآتى ومثله بيانياً :

المجموعات	١٨ –	٢٤ –	٣٠ –	٣٦ –	٤٢ –	٤٨ –	٥٤ –	المجموع
التكرار	٢	٤	١٠	١٨	٨	٦	٢	٥٠

الحدود الدنيا للمجموعات	التكرار المتجمع النازل
فأكثر	

تمارين

١) الجدول الآتى يبين التوزيع التكراري لدرجات ٦٠ طالباً فى إحدى المواد

مجموعات الدرجات	٠ –	١٠ –	٢٠ –	٣٠ –	٤٠ –	المجموع
عدد الطلاب	٣	١٣	١٧	٢٣	٥	٦٠

أرسم المنحنى التكراري المتجمع النازل

٢) أرسم المنحنى التكراري المتجمع الصاعد للتوزيع التكراري الآتى :

المجموعات	٢ –	٤–	٦ –	٨ –	١٠ –	١٢ –	المجموع
التكرار	٥	١٥	٣٠	٢٤	١٧	٩	١٠٠

الوسط الحسابي - والوسيط - المنوال

- الوسط الحسابى لمجموعة من القيم = $\frac{\text{مجموع قيم المفردات}}{\text{عدد هذه المفردات}}$
- الوسيط هو القيمة التى تتوسط مجموعة المفردات " القيم " بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً بحبث يكون عدد القيم الأصغر منها مساوياً لعدد القيم الأكبر منها
- المنوال هو القيمة الأكثر شيوعاً فى مجموعة المفردات " القيم "

مثال:

١) أوجد الوسط الحسابى للقيم : ٣ ، ٥ ، ١٧ ، ١٨ ، ٧ ، ١١ ، ٢

....

....

٢) أوجد الوسيط للتوزيع التكرارى الآتى :

المجموعات	١٠ –	٢٠ –	٣٠ –	٤٠ –	٥٠–	٦٠ –
التكرار	٢	٨	١٧	٢٣	٧	٣

المجموعات	مركز المجموعة (م)	التكرار (ك)	م × ك
-١٠			
-٢٠			
٣٠			
-٤٠			
-٥٠			
-٦٠			
المجموع			

....

....

....

....

....

٣)

المجموعات	١٦ –	٢٠ –	٢٤ –	٢٨ –	٣٢–	٣٦ –
التكرار	٣	٥	١٢	٧	٢	١

المجموعات	مركز المجموعة (م)	التكرار (ك)	م × ك
١٦-			
٢٠-			
٢٤-			
٢٨-			
٣٢-			
٣٦-			
المجموع			

....

....

....

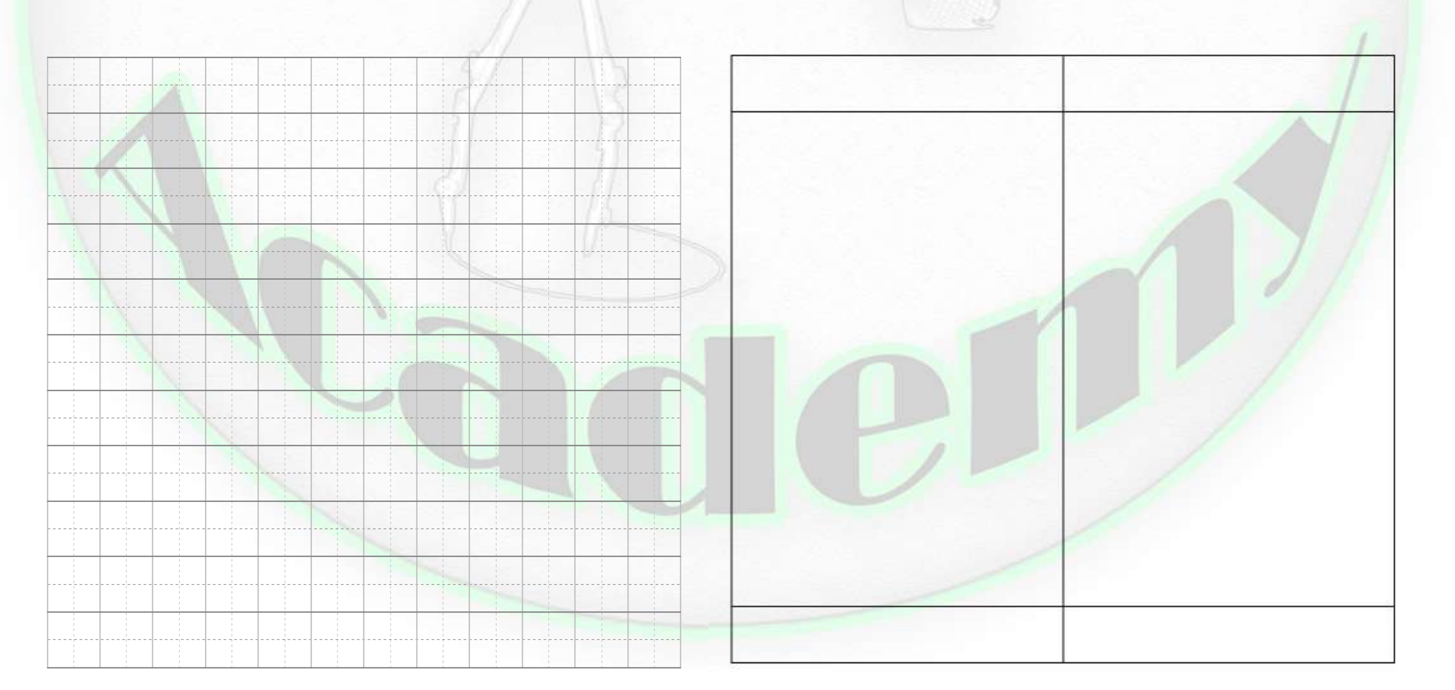
....

....

أوجد الوسيط للتوزيع التكرارى الآتى :

٤)

ا لمجوعات	١٨ –	٢٤ –	٣٠ –	٣٦ –	٤٢ –	٤٨ –	٥٤ –	المجموع
ا لتكرار	٢	٤	١٠	١٨	٨	٦	٢	٥٠



٥) من الجدول التكرارى التالى ذى المجموعات المتساوية فى المدى أوجد

المجموعات	٥ –	١٥ –	س –	٣٥ –	٤٥ –	المجموع
التكرار	١٨	ك	٢٣	٣٠	١٢	١٠٠

أوجد قيمة س ، ك ثم أوجد الوسيط



أوجد المنوال للجدول التكرارى الآتى :

٦)

المجموع	٥٤ –	٤٨ –	٤٢ –	٣٦ –	٣٠ –	٢٤ –	١٨ –	المجموعات
٥٠	٢	٦	٨	١٨	١٠	٤	٢	التكرار

....

....

....

....

....

....

....

تمارين

أوجد الوسط الحسابى لكل من مجموعات القيم الآتية :

١) ٥ ، ٧ ، ٨ ، ١٢ ، ١٣ ، ٥

٢) ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٤ ، ٩ ، ٥ ، ٨

٣) ٢٣ ، ٤٧ ، ٢٤ ، ٥٢ ، ٣٣ ، ١٦

٤) ٦ ، ٦ ، ٤ ، ٤ ، ٤ ، ٤ ، ٨ ، ١٠

٥)

المجموعات	٦٠ –	٧٠ –	٨٠ –	٩٠ –	١٠٠ –	١١٠ –
التكرار	٤	١٦	١٨	٢٥	١٨	١٩

٦)

المجموعات	٥ –	١٥ –	٢٥ –	٣٥ –	٤٥ –	المجموع
التكرار	٣	٤	٧	٤	٢	٢٠

أوجد الوسيط للتوزيع التكرارى الآتى :

٧)

المجموعات	٢ –	٤ –	٦ –	٨ –	١٠ –	المجموع
التكرار	٢	٢٠	١٢	٩	٧	٥٠

أوجد المنوال لكل من الجداول التكرارية الآتية :

٨)

المجموعات	٣ –	٤ –	٥ –	٦ –	٧ –	المجموع
التكرار	٣	٢٠	١٢	٩	٧	٥٠

الوحدة الرابعة

متوسطات المثلث

Mr. Eslam Youssif
0122 67 666 55

متوسطات المثلث



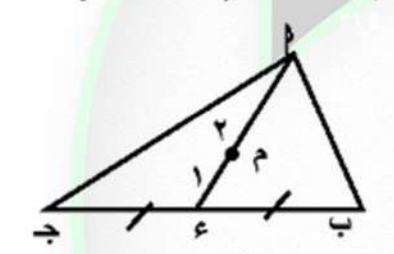
- إذا كان ء منتصف $\overline{ب جـ}$ فان $\overleftrightarrow{أء}$ يسمى متوسط

متوسط المثلث هو القطعة المستقيمة الواصلة بين أى رأس من رؤوس المثلث الى منتصف الضلع المقابل لهذه الرأس

نظرية (١)

متوسطات المثلث تتقاطع جميعا فى نقطة واحدة

$\overleftrightarrow{أء} \cap \overleftrightarrow{ب هـ} \cap \overleftrightarrow{جـ و} = \{م\}$



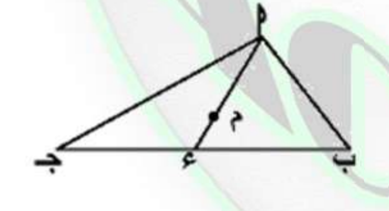
نظرية (٢)

نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس

حقيقة :-

النقطة التى تقسم متوسط المثلث بنسبة ١ : ٢ من جهة القاعدة هى نقطة تقاطع متوسطات المثلث

مثال:



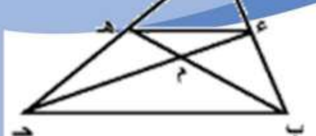
١) من الشكل المقابل إذا كانت م نقطة تقاطع متوسطات المثلث فأكمل

أ. أم : م ء = ...

ب. أ ء : أم = ...

ت. إذا كان: أ ء = ٩ سم فإن أم = ...

ث. م ء : أ ء = ...



٢) إذا كان ء ، هـ منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ ، $\overline{أب} \cap \overline{أجـ} = \{م\}$ فأكمل

أ. إذا كان ء جـ = ١٢ سم فإن ء م =

ب. إذا كان ء م = ٥ فإن م جـ =

....

....

....

ت. إذا كان م جـ = ١٢ سم فإن ء جـ =

ث. إذا كان ء هـ = ١٠ سم فإن ب جـ =

....

....

....

ج. إذا كان ب جـ = ٨سم فإن ء هـ =

ح. ء هـ : ب جـ =

....

....

....

خ. إذا كان ب م = ٤ سم فإن م هـ = ، ب هـ =

....

....

....

٣) فى الشكل المقابل ء، هـ منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ ، ب م =٦سم، ب جـ = ١٠سم
ء جـ = ١٢ سم . أوجد محيط Δ ء م هـ

....

....

....

....

٤) في الشكل المقابل إذا كان ء ، هـ منتصفا $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ محيط $\triangle$ ء م هـ = ٢٠سم
أوجد محيط $\triangle$ م ب جـ

٥) أ ب جـ مثلث فيه س منتصف $\overline{أب}$ ، ص ∈ $\overline{أجـ}$ ، $\overline{س ص}$ // $\overline{ب جـ}$ $\overleftrightarrow{جـ س}$ ∩ $\overleftrightarrow{ب ص}$ = {م}
فإذا كان $\overrightarrow{أم}$ ∩ $\overleftrightarrow{ب جـ}$ = { ع } إثبت أن: ع منتصف $\overline{ب جـ}$

٦) أب جـ ء مستطيل تقاطع قطراه فى م ، هـ منتصف أب ، جـ هـ ∩ ب ء = { و }

أ. إثبت أن و نقطة تقاطع متوسطات △ أ ب جـ   ب. إذاكان: ب و = ٤ سم أوجد طول أم

....

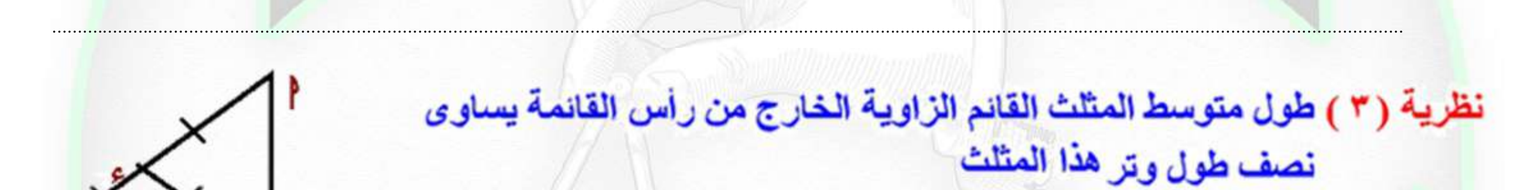
....

....

....

....

....

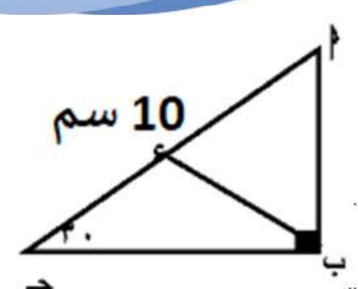


نظرية (٣) طول متوسط المثلث القائم الزاوية الخارج من رأس القائمة يساوى نصف طول وتر هذا المثلث

عكس نظرية (٣) إذا كان طول متوسط المثلث المرسوم من أحد رؤوسه يساوى نصف طول الضلع المقابل فإن زاوية هذا الرأس تكون قائمة

نتيجة : طول الضلع المقابل للزاوية قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية يساوى نصف طول الوتر

٧) Δ أب جـ قائم الزاوية فى ب ، ق(∠جـ) = ٣٠°
، ء منتصف $\overline{\text{أجـ}}$ أوجد محيط Δ أب ء



....

....

....

....

....

....

٨) Δ أب جـ قائم الزاوية فى ب ، ق(∠أ جـ ب) = ٣٠° ، س ص = ٦سم
س منتصف $\overline{\text{أء}}$ ، ص منتصف $\overline{\text{ءجـ}}$ أوجد طول $\overline{\text{أب}}$

....

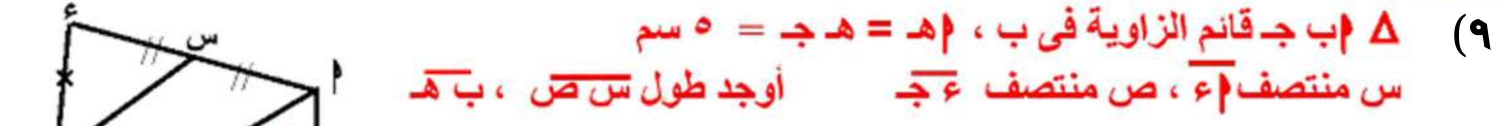
....

....

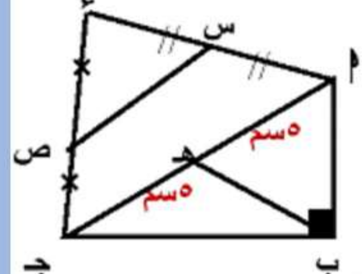
....

....

....

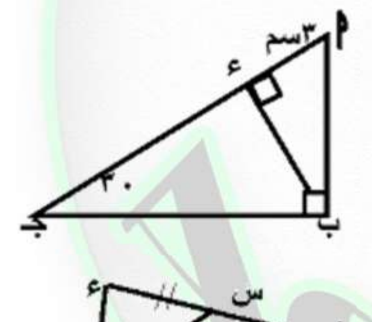


٩) Δ ﺃب جـ قائم الزاوية فى ب ، ﺃهـ = هـ جـ = ٥ سم
س منتصف $\overline{ﺃء}$ ، ص منتصف $\overline{ءجـ}$ أوجد طول $\overline{سص}$ ، $\overline{بهـ}$

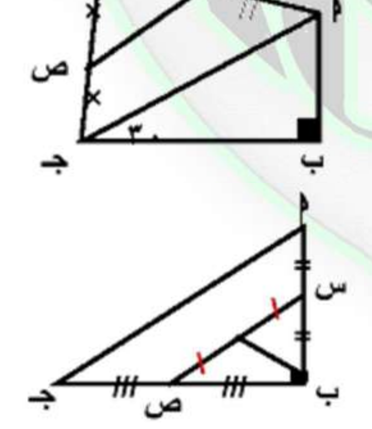


تمارين

١) فى الشكل المقابل
أ ب جـ مثلث فيه ق (∠ ﺃب جـ) = ٩٠°
ق (∠جـ) = ٣٠° ، ب ء ⊥ ﺃ جـ
فإذا كان ﺃ ء = ٣ سم أحسب طول ﺃ ب ، ء جـ

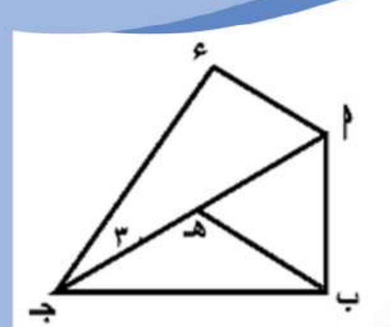


٢) فى الشكل المقابل
س منتصف $\overline{ﺃء}$ ، ص منتصف $\overline{ءجـ}$
إثبت أن : ﺃ ب = س ص



٣) فى الشكل المقابل
إثبت أن ب ء = $\frac{1}{4}$ ﺃ جـ

٤) **في الشكل المقابل**

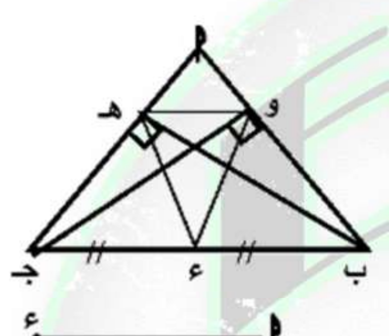


ق (∠ م ب جـ) = ق (∠ م ء جـ) = ٩٠°

ق (∠ م جـ ء) = ٣٠° ، هـ منتصف م جـ

إثبت أن م ء = ء هـ

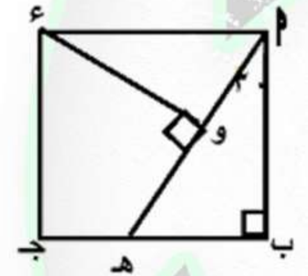
٥) **في الشكل المقابل**



إثبت أن

Δ ء و هـ متساوى الساقين

٦) **في الشكل المقابل**



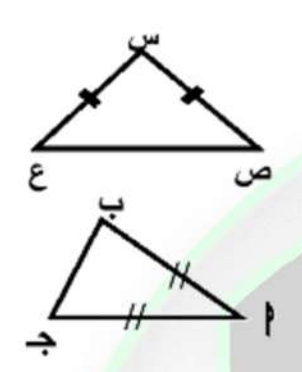
م ب جـ ء مربع ، هـ ∈ ب جـ

ق (∠ ب م هـ) = ٣٠° ، ء و ⊥ أ هـ

فإذا كان أو = ٤ سم أحسب مساحة المربع

المثلث المتساوي الساقين

نظرية (١) زاويتا القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين متطابقتان



فى △ س ص ع :إذا كان س ص = س ع
فان ق(∠ص) = ق(∠ع)

فى △ ﺃ ب جـ :إذا كان ﺃ ب = ﺃ جـ
فان ق(∠جـ) = ق(∠ب)

مثال: فى كل شكل من الاشكال الاتية أكمل حسب المطلوب

١)



ق(∠ص) = ق(∠ع)
= .... = ...

٢)
ق(∠ع) = ق(∠س)
= .... = ...

٣)
ق(∠س) = ق(∠ع)
= .... = ...

٤)
ق(∠ﺃ) = ق(∠ب)
= .... = ...

٥)
ق(∠ء) = ق(∠هـ)
= .... = ...

٦)
ق(∠ص) = ق(∠ع)
= .... = ...

٧) إذا كانت ء ∈ $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ ، ٯب = ٯ جـ أوجد قياسات زوايا المثلث ٯ ب جـ

ٯ
١١٠
ب جـ ء

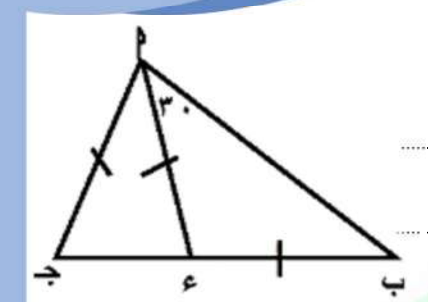
٨) $\overleftrightarrow{\text{ص س}}$ // $\overrightarrow{\text{ع و}}$ ، س ص = س ع أوجد قياسات زوايا Δ س ص ع

س
و
٥٠
ص ع هـ

٩) ٯ ب = ٯ جـ ، $\overrightarrow{\text{ٯ هـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{جـ ب}}$ أوجد قياسات زوايا Δ ٯ ب جـ

ء
ٯ ٧٠
هـ
ب جـ

١٠) ب ء = أء = أجـ ، ق(∠ب أ ء) = ٣٠° أوجد ق(∠ء أ جـ)



....

....

....

....

....

....

١١) أب = أجـ ، $\overleftarrow{\text{أهـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ إثبت أن $\overleftarrow{\text{أهـ}}$ ينصف ∠ء أ ب





....

....

....

....

....

١٢) فى الشكل : ب ء = ب جـ أوجد: ق(∠ب جـ ء) ، ق(∠ء ب جـ)

....

....

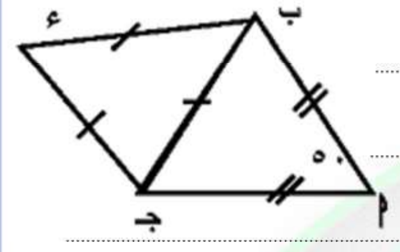
....

....

....

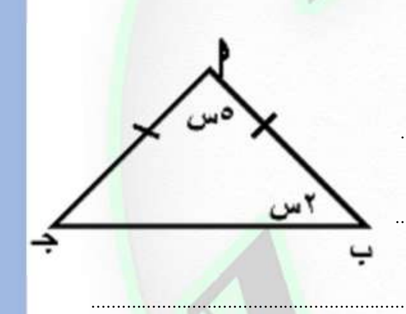


١٣) فى الشكل : ق(∠ م) = ٥٠° ، م ب = م جـ ، ∆ ء ب جـ متساوى الاضلاع
أوجد ق(∠ م ب ء)



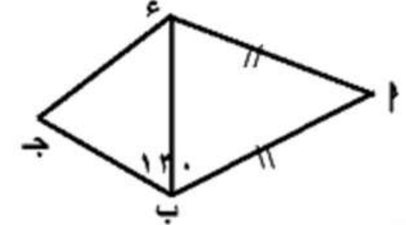
....

١٤) فى الشكل: م ب = م جـ ، ق(∠ م) = ٥س° ، ق(∠ب) = ٢س°
أحسب قياسات زوايا ∆ م ب جـ



....

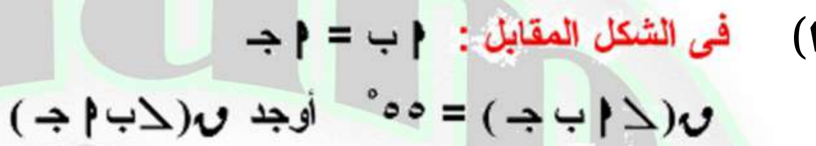
تمارين



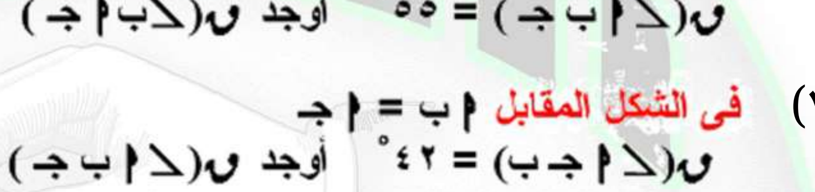

١) **في الشكل :** أء = أب ، △ ب ء جـ متساوى الاضلاع ، أكمل
ق(∠ أب جـ) = ١٣٠°

أ. ق(∠ ء ب جـ) = ...   ت. ق(∠ أ ء ب) = ...   ج. ق(∠ ب ء جـ) = ...

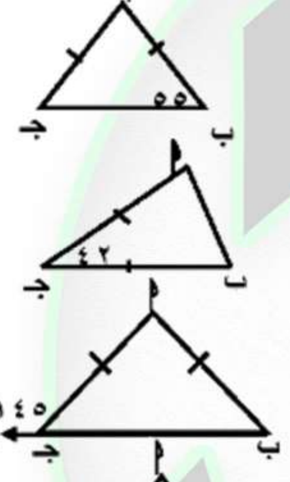
ب. ق(∠ أب ء) = ...   ث. ق(∠ ب أ ء) = ...



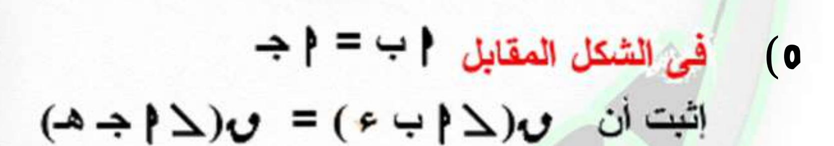
٢) **في الشكل المقابل :** أ ب = أ جـ
ق(∠ أ ب جـ) = ٥٥°   أوجد ق(∠ ب أ جـ)



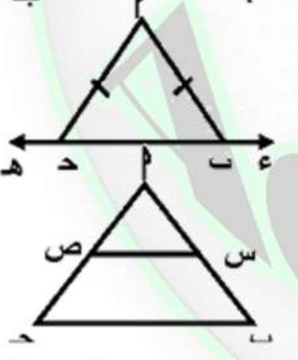
٣) **في الشكل المقابل** أ ب = أ جـ
ق(∠ أ جـ ب) = ٤٢°   أوجد ق(∠ أ ب جـ)



٤) **في الشكل المقابل** أ ب = أ جـ
ق(∠ أ جـ ء) = ١٤٥° أوجد ق(∠ ب أ جـ)

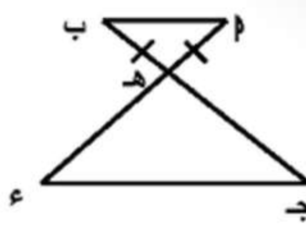


٥) **في الشكل المقابل** أ ب = أ جـ
إثبت أن   ق(∠ أ ب ء) = ق(∠ أ جـ هـ)



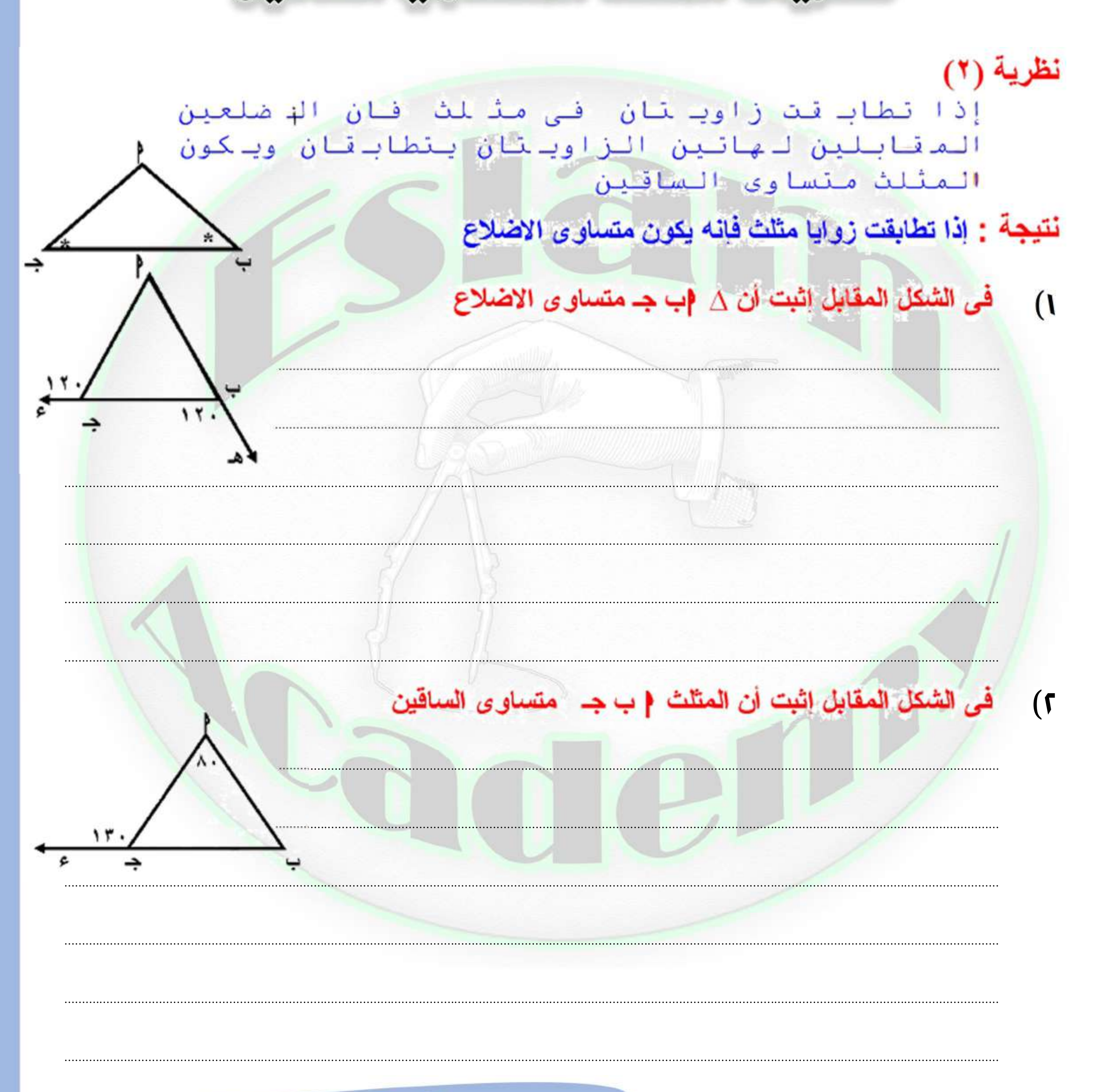
٦) **في الشكل المقابل** أب = أجـ ، س ص // ب جـ
إثبت أن ق(∠ أس ص) = ق(∠ أ ص س)

٧) أب جـ ء شكل رباعى فيه أء = ب ء = ب جـ ، ق(∠ أ ء ب) = ٦٤° ، ق(∠ أ ء جـ) = ٦٢°
أوجد ق(∠ أب جـ)



٨) **في الشكل المقابل**   أهـ = هـ ب
أ ب // جـ ء   إثبت أن ق(∠ جـ) = ق(∠ ء)

نظريات المثلث المتساوي الساقين



نظرية (٢)

إذا تطابقت زاويتان في مثلث فإن الضلعين المقابلين لهاتين الزاويتان يتطابقان ويكون المثلث متساوى الساقين

نتيجة : إذا تطابقت زوايا مثلث فإنه يكون متساوى الاضلاع

١) فى الشكل المقابل إثبت أن $\triangle$ أب جـ متساوى الاضلاع

....
....
....
....
....
....

٢) فى الشكل المقابل إثبت أن المثلث أ ب جـ متساوى الساقين

....
....
....
....
....
....

٣) فى الشكل المقابل: ﻫ ب = ﻫ جـ ، س ص // ب جـ أثبت أن $\triangle$ ﻫ س ص متساوى الساقين

....

....

....

....

....

٤) فى الشكل المقابل: إثبت ان $\triangle$ ﻫ ب جـ متساوى الاضلاع

١٢٠

....

....

....

....

....

٥) فى الشكل: ﻫ ب = ﻫ جـ ، ب ء ينصف ∠ ﻫ ب جـ ، جـ ء ينصف ∠ ﻫ جـ ء
إثبت أن $\triangle$ ء ب جـ متساوى الساقين

....

....

....

....

....

....

٦) أب = أجـ ، ب ء = هـ جـ   إثبت أن △ أ ء هـ متساوى الساقين

أ
ب ء هـ جـ

....

....

....

....

....

....

٧) $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب ص}}$ ينصف ∠ أ ب جـ

إثبت أن △ س ب ص متساوى الساقين

أ
س ص
ب جـ

....

....

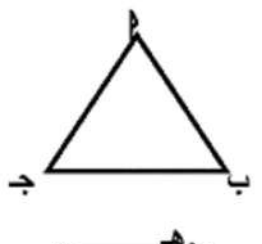
....

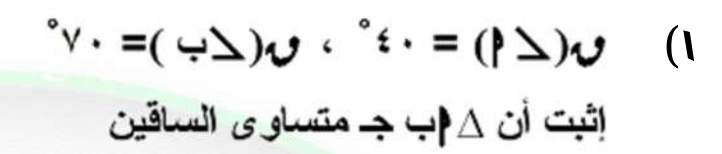
....

....

....

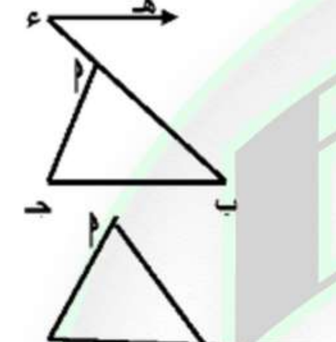
تمارين





١) ق(∠أ) = ٤٠° ، ق(∠ب)= ٧٠°

إثبت أن △ أب جـ متساوى الساقين





٢) ءهـ // ب جـ ق(∠هـ ء أ) = ١٢٠° ،

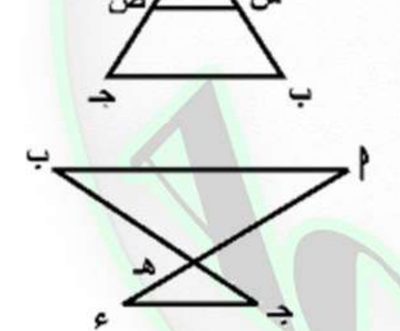
ق(∠ب)= ٦٠° أثبت أن △ أب جـ متساوى الاضلاع

٣) أب = أجـ ءهـ // أجـ إثبت أن ء هـ = ب هـ

٤) أب = أجـ ، س ص // ب جـ

إثبت أن (١) △ أس ص متساوى الساقين

(٢) س ب = ص جـ



٥) **فى الشكل:** هـ جـ = هـ ء

أب // جـ ء إثبت أن أ هـ = ب هـ

نتائج على نظريات المثلث المتساوي الساقين

نتيجة (١)

متوسط المثلث المتساوى الساقين المرسوم من زاوية الرأس ينصف زاوية الرأس ويكون عموديا على القاعدة

أ ب ء جـ

نتيجة (٢) منصف زاوية الرأس فى المثلث المتساوى الساقين ينصف القاعدة ويكون عموديا عليها

نتيجة (٣) المستقيم المرسوم من رأس المثلث المتساوى الساقين عموديا على القاعدة ينصف كلا من القاعدة وزاوية الرأس

محور التماثل للمثلث المتساوى الساقين محور التماثل للمثلث المتساوى الساقين هو المستقيم المرسوم من رأسه عموديا

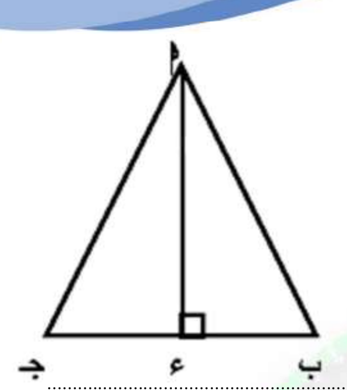
تعريف محور القطعة المستقيمة

محور القطعة المستقيمة هو المستقيم العمودى عليها من منتصفها

ملحوظة

- **عدد محاور التماثل للمثلث المتساوى الساقين = محور واحد**
- **عدد محاور التماثل للمثلث المتساوى الاضلاع = ثلاث محاور**
- **عدد محاور التماثل للمثلث المختلف الاضلاع = ليس له محاور**
- **أى نقطة على محور تماثل القطعة المستقيمة تكون على بعدين متساويين من طرفيها**

١) في الشكل: أب = أجـ ، ق(∠ب أ ء) = ٢٥° ، $\overleftrightarrow{أء}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ ،
ب جـ = ٦سم أوجد : (١) طول ء جـ (٢) ق(∠أ جـ ب)



....

....

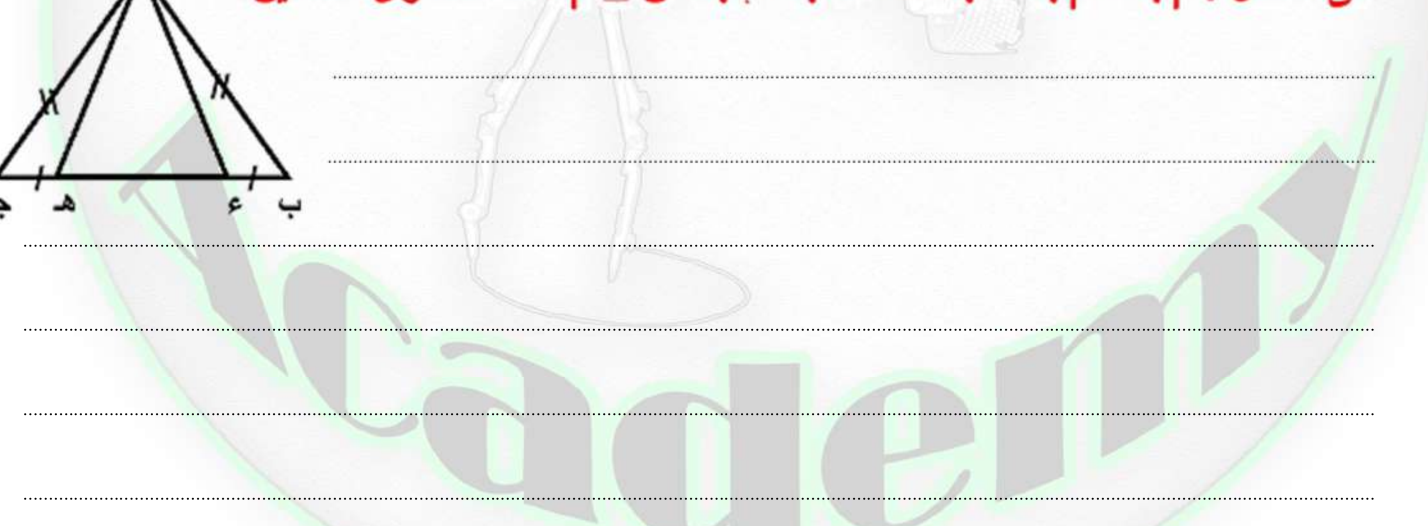
....

....

....

....

٢) في الشكل : أب = أجـ ، ب ء = هـ جـ ، إثبت أن △ أ ء هـ متساوى الساقين



....

....

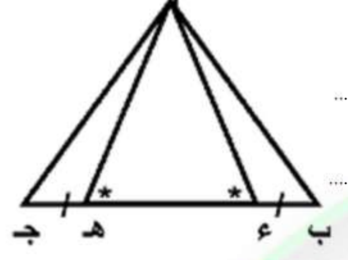
....

....

....

....

٣) في الشكل : ب ء = هـ جـ ، ق(∠ أ ء هـ) = ق(∠ أ هـ ء)
إثبت أن : ∆ أ ب جـ متساوى الساقين





....

....

....

....

....

٤) ق(∠هـ أ ب)= ق(∠ء ب جـ) إثبت أن ∆ أب جـ متساوى الساقين



....

....

....

....



....

....

الوحدة الخامسة

التباين

Mr. Eslam Youssif
0122 67 666 55

التباين

١) في الشكل : ق(∠ أ ب ء) > ق(∠ أ جـ ء) ، ء ب = ء جـ
إثبت أن ق(∠ب) > ق(∠جـ)

٢) **في الشكل المقابل**

ق (∠ أ ب جـ) > ق (∠ أ جـ ب)

أثبت أن ق (∠ أ ب م) > ق (∠ أ جـ م)

....

....

....

....

....

....

٣) **في الشكل المقابل**

ق (∠ أ ء ب) > ق (∠ أ ب ء) ق (∠ ء ب جـ) < ق (∠ أ ء جـ)

ق (∠ أ ب جـ) < ق (∠ أ ء جـ)

....

....

....

....

....

....

المقارنة بين قياسات الزوايا في المثلث

نظـــــرية (٣)

إذا أختلف طولا ضلعين من مثلث فأكبرهما فى الطول يقابله زاوية أكبر فى القياس من الزاوية المقابلة للضلع الاخر .

١) ا جـ > ا ب ، ب ء = ء جـ إثبت أن ق(∠ ا ب ء) > ق(∠ ا جـ ء)

....

....

....

....

....

....

٢) ا ب = ا ء ، ب جـ > ء جـ إثبت أن : ق(∠ ا ء جـ) > ق(∠ ا ب جـ)

....

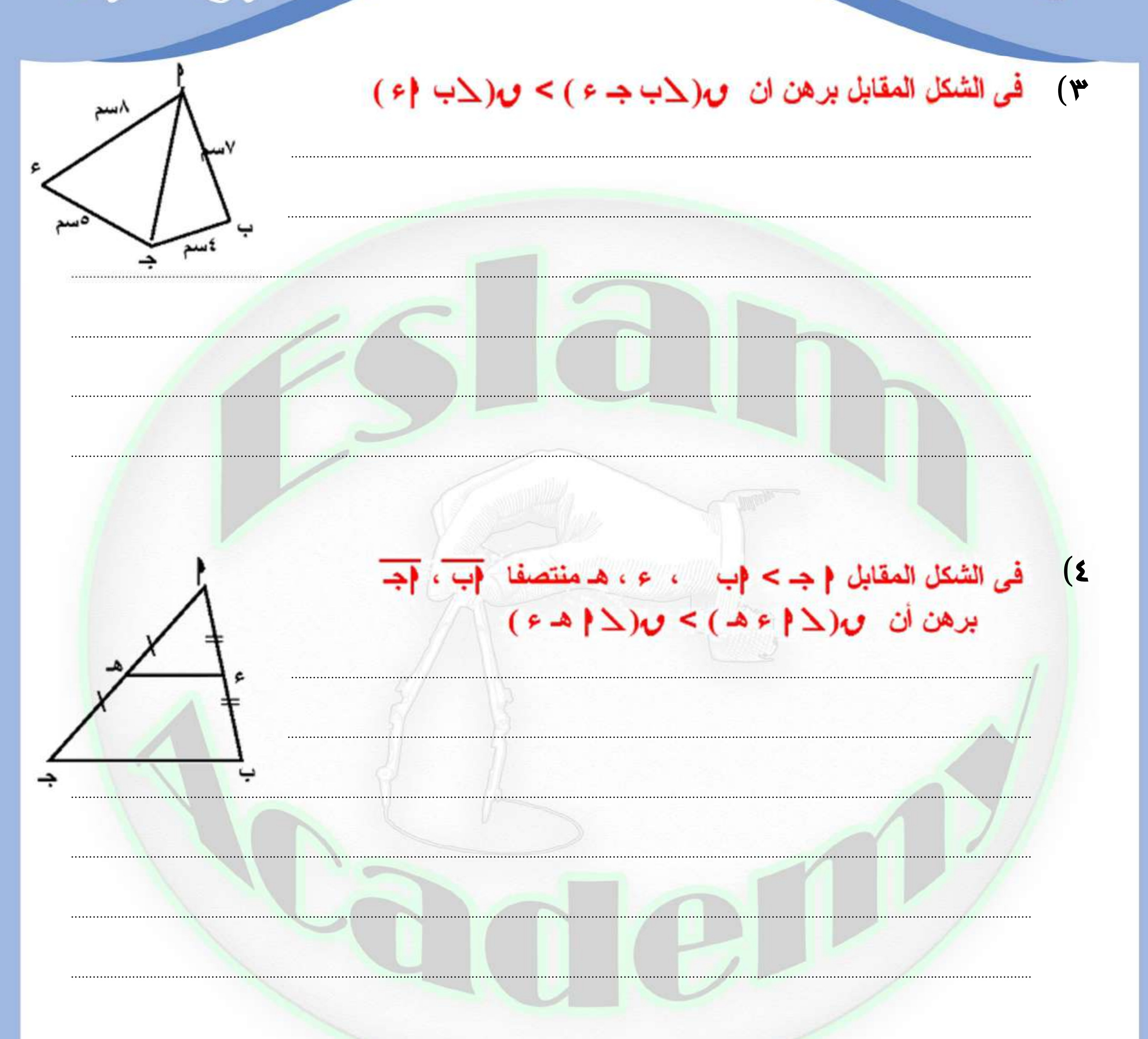
....

....

....

....

....



٣) في الشكل المقابل برهن ان ق(∠ب جـ ء) > ق(∠ب أ ء)

....

....

....

....

....

....

٤) في الشكل المقابل أ جـ > أب ، ء ، هـ منتصفا $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{أجـ}}$

برهن أن ق(∠أ ء هـ) > ق(∠أ هـ ء)

....

....

....

....

....

....

٥) أب > أ جـ ، ب ء ينصف ∠أب جـ ، جـ ء ينصف ∠أجـ ء

إثبت أن ء ب > ء جـ

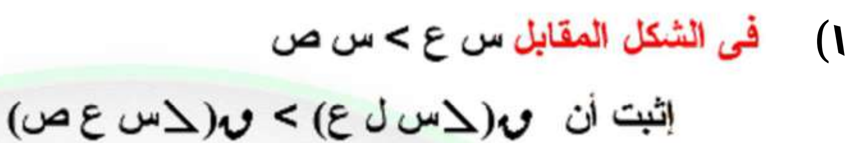
٦) أب > أء ، ب جـ = جـ ء إثبت أن ق(∠أ ء جـ) > ق(∠أ ب جـ)



٧) أب > ب جـ ، أء > ء جـ اثبت أن ق(∠ب جـ ء) > ق(∠ب أ ء)

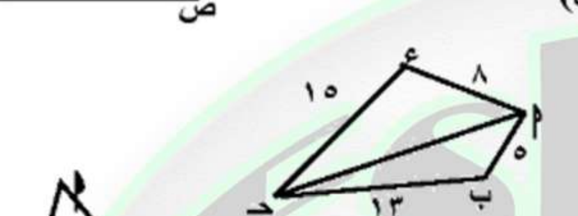
تمارين

١) **في الشكل المقابل** س ع > س ص

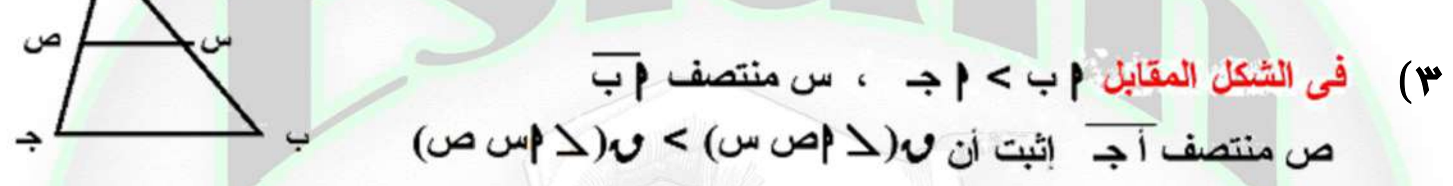


إثبت أن ق(∠س ل ع) > ق(∠س ع ص)

٢) **في الشكل المقابل**



إثبت أن : ق(∠ب أ ء) > ق(∠ب جـ ء)



٣) **في الشكل المقابل** أ ب > أ جـ ، س منتصف $\overline{أب}$

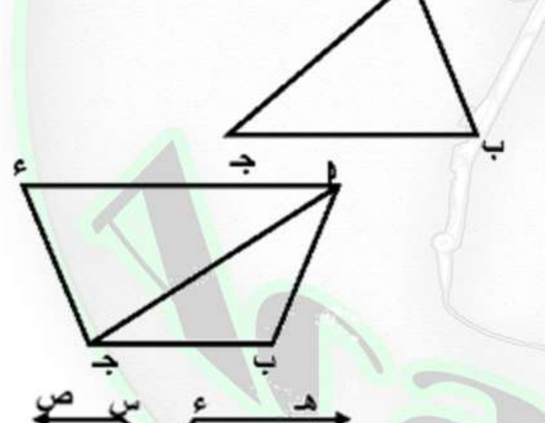
ص منتصف $\overline{أجـ}$ إثبت أن ق(∠أص س) > ق(∠أس ص)

٤) **في الشكل المقابل:** أ جـ > أ ب ، $\overleftrightarrow{س ص}$ // $\overline{ب جـ}$



إثبت أن ق(∠س أ ب) > ق(∠ص أجـ)

٥) **في الشكل المقابل** أب جـ ء شكل رباعي



أب = ب جـ ، أء > أجـ

برهن أن : ق(∠جـ) > ق(∠أ)

٦) **في الشكل المقابل** $\overleftrightarrow{ء هـ}$ // $\overline{ب جـ}$ // $\overleftrightarrow{س ص}$

أب > أجـ . إثبت أن

ق(∠هـ ء جـ) > ق(∠ب س ص)

٧) **في الشكل:** أ ب = أجـ ، ب س = ٤سم ، جـ ص = ٣سم



إثبت أن(١) ق(∠أس ص) > ق(∠أس ص)

(٢) ق(∠ب س ص) > ق(∠س ص جـ)



المقارنة بين اطوال الاضلاع في المثلث

نظــرية (٤)

إذا أختلف قياسا زاويتين من مثلث فأكبرهما فى القياس يقابلها ضلع أكبر فى الطول من الضلع المقابل للزاوية الاخرى

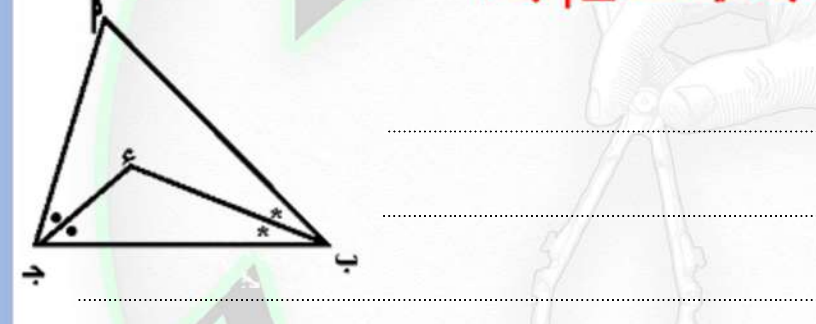


نتيجة (١) فى المثلث القائم الزوية يكون الوتر هو أطول أضلاع المثلث

مثال:



١) أب > أجـ ، ب ء ينصف ∠أ ب جـ ، جـ ء ينصف ∠أ جـ ء
إثبت أن : ء ب > ء جـ



....

....

....

....

....



٢) Δ أب جـ قائم الزاوية فى ب ، ء ∈ ب جـ إثبت أن: أجـ > أء



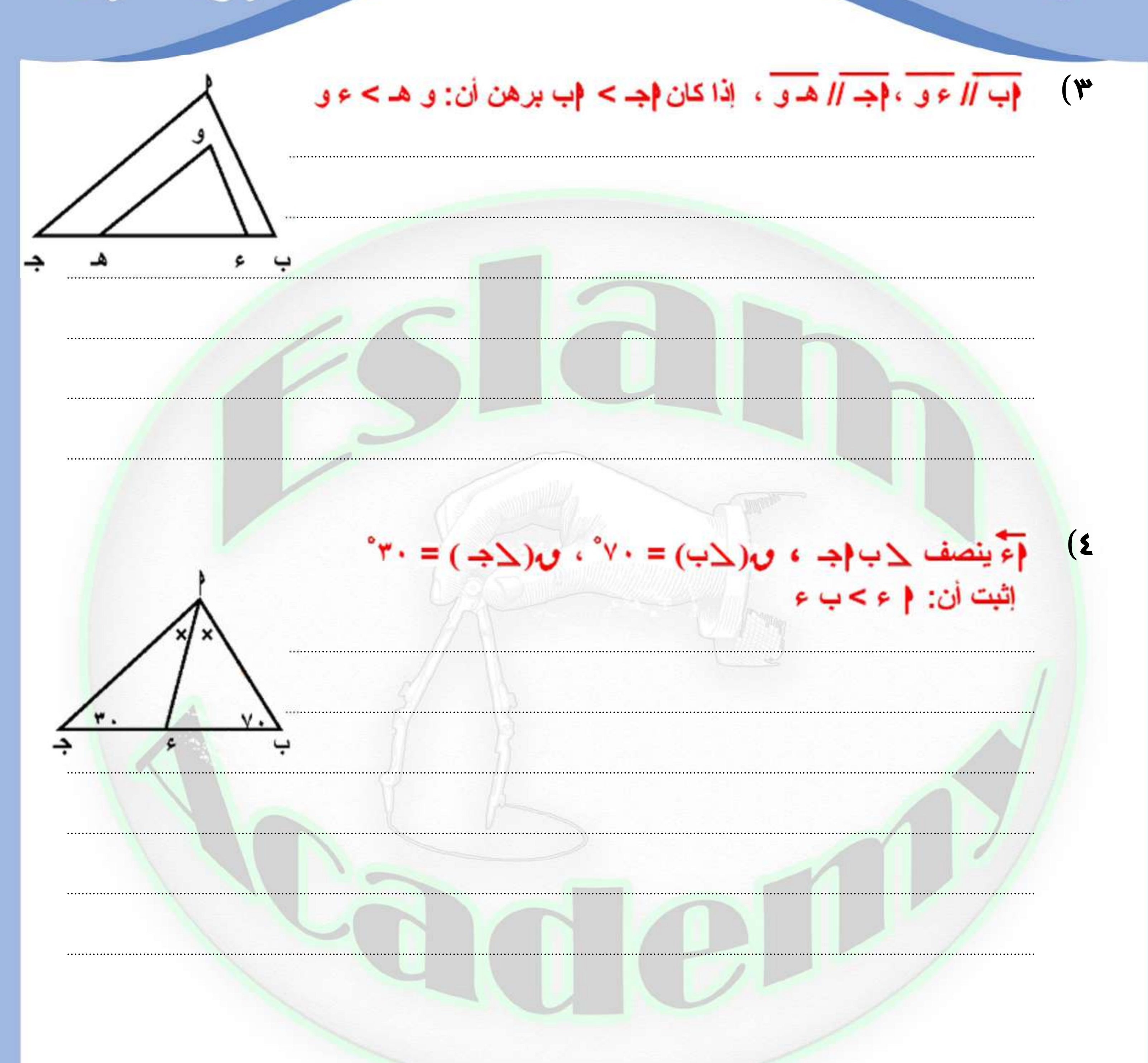
....

....

....

....

....



٣) $\overline{أب} \parallel \overline{ءو}$ ، $\overline{أجـ} \parallel \overline{هـو}$ ، إذا كان أجـ > أب برهن أن: و هـ > ء و

....

....

....

....

....

....

٤) $\overleftrightarrow{أء}$ ينصف ∠ب أجـ ، ق(∠ب) = ٧٠° ، ق(∠جـ) = ٣٠°
إثبت أن: أ ء > ب ء

....

....

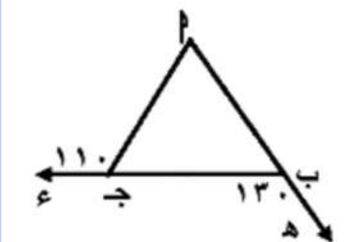
....

....

....

....

٥) فى الشكل المقابل



ق(∠هـ ب جـ) = ١١٠°، ق(∠أجـ ء) = ١٣٠°

رتب أضلاع المثلث تصاعديا تبعا لاطوالها

....

....

....

....

....

....

٦) أب جـ ء شكل رباعى فيه أء = جـ ء ، ق(∠ء) = ٥٠° ،

ق(∠أ) = ١١٠° ، ق(∠ ب) = ٨٠° إثبت أن أ ب > ب جـ

....

....

....

....

....

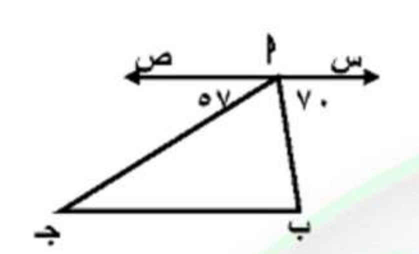
....

تمارين

١) **فى الشكل المقابل** $\overleftrightarrow{سص}$ // $\overline{ب جـ}$

ق(∠ب أس) = ٧٠° ، ق(∠جـ أ ص) = ٥٧°

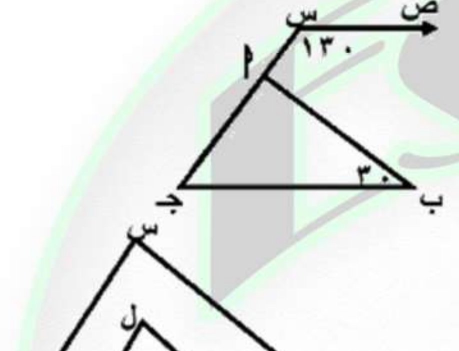
إثبت أن أ جـ > أ ب



٢) **فى الشكل المقابل** $\overrightarrow{س ص}$ // $\overline{ب جـ}$

ق(∠ص س جـ) = ١٣٠° ، ق(∠أ ب جـ) = ٣٠°

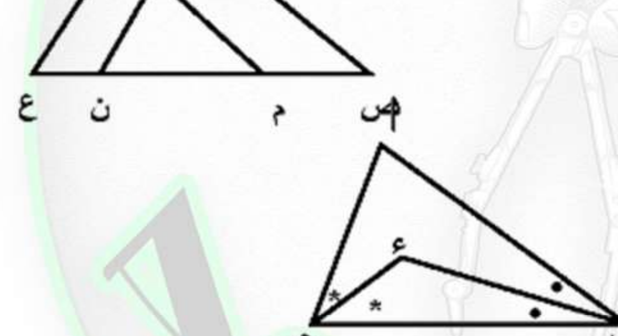
إثبت أن: جـ ب > أب



٣) **فى الشكل المقابل**

س ص > س ع ، $\overline{ل م}$ // $\overline{س ص}$

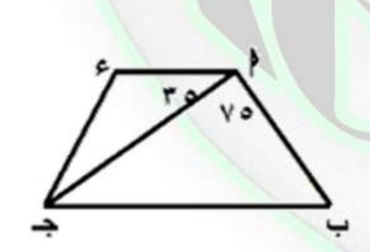
، $\overline{ل ن}$ // $\overline{س ع}$ إثبت أن : ل م > ل ن



٤) **فى الشكل المقابل**

أ ب > أ جـ ، $\overrightarrow{جـ ء}$ ينصف ∠أ جـ ب

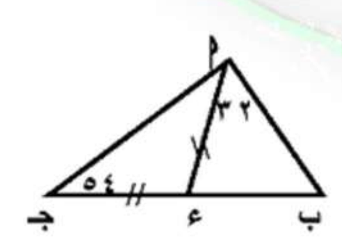
$\overrightarrow{ب ء}$ ينصف ∠أ ب جـ إثبت أن ب ء > جـ ء



٥) **فى الشكل المقابل**

$\overleftrightarrow{أ ء}$ // $\overleftrightarrow{ب جـ}$ ، ق(∠ء أ جـ) = ٣٥°

ق(∠ب أ جـ) = ٧٥° إثبت أن : أجـ > أب



٦) **فى الشكل المقابل**

أء = ء جـ ، ق(∠ب أ ء) = ٣٢°

متباينة المثلث

- فى أى مثلث مجموع طولى أى ضلعين فى المثلث أكبر من طول الضلع الثالث
- طول أى ضلع فى مثلث أصغر من مجموع طولى الضلعين الاخرين وأكبر من الفرق بينهما

مثال:

١) بين أيا من الاطوال الاتية تصلح أن تكون أضلاع مثلث

أ. ٢ ، ٥ ، ٣   ب. ٣ ، ٧ ، ٥   ت. ٧ ، ٣ ، ٢

....

....

٢) فى الشكل المقابل إذا كان محيط س ص ع = ٥٠سم

إثبت أن : س م + ص م + ع م > ٢٥

س
م
ع ص

....

....

....

....

....

....

تمارين

بين أيا من الاطوال الاتية تصلح أن تكون أضلاع مثلث

١) ٢ ، ٦ ، ٤ ٣) ٣ ، ٦ ، ٢ ٥) ٢ ، ٧ ، ٤ ٧) ٥ ، ٦ ، ٤

٢) ٢ ، ٥ ، ٤ ٤) ٢ ، ٦ ، ٥ ٦) ٢ ، ٦ ، ٨ ٨) ٢ ، ٢ ، ٤

أختر الاجابة الصحيحة مما بين القوسين

٩) مجموع طولى أى ضلعين من مثلث .... طول الضلع الثالث
[أصغر من – أكبر من – يساوى – نصف]

١٠) طول أى ضلع فى مثلث .... مجموع الضلعين الاخرين
[< أو > أو = أو ضعف]

١١) أى من الاضلاع الاتية لا تصلح لان تكون أضلاع مثلث
[٧ ، ٧ ، ٥ أو ٩ ، ٩ ، ٩ أو ٣ ، ٦ ، ١٢ أو ٣ ، ٤ ، ٥]

١٢) إذا كان طولا ضلعين ٧ ، ٤ فإن طول الضلع الثالث يمكن أن يكون
[١ سم ، ٢ سم ، ٣ سم ، ٤ سم]

١٣) إذا كان طولا ضلعين فى مثلث متساوى الساقين ٣سم ، ٧سم فإن طول الضلع الثالث يساوى ....
[٧ سم أو ٣ سم ، ٤ سم ، ١٠ سم]

١٤) مثلث له محور تماثل واحد ، طولا ضلعين فيه ٤ سم ، ٨ سم فإن محيطه = ...
[١٦ سم أو ٢٠ سم ، ٢٤ سم أو ٣٠ سم]